



Thermodynamik I - Übung 3

Nicolas Lanzetti

Heutige Themen

- Zusammenfassung letzter Woche:
 - Prozessen;
 - Energieformen der Thermodynamik;
 - Erster Hauptsatz für geschlossene Systeme;
 - Kreisprozesse;
 - Ideale Gase.
- Kreisprozesse (mit Diagrammen);
- Polytrope Zustandsänderung für ideale Gase.

Zusammenfassung letzter Woche

- Prozessen und Typen von Prozessen:
 - Isothermer Prozess: $T = \text{konst.}$;
 - Isochorer Prozess: $v = \text{konst.}$;
 - Isobarer Prozess: $p = \text{konst.}$;
 - Adiabater Prozess: $Q = 0$ (kein Wärmefluss);
 - Weitere kommen später.
- Energieformen der Thermodynamik:

$$E = U + KE + PE. \quad (1)$$

- (Expansions)Arbeit:

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV. \quad (2)$$

Zusammenfassung letzter Woche

Der erste Hauptsatz lautet:

$$\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE = Q - W, \quad (3)$$

mit Vernachlässigung von KE und PE (meistens so)

$$\Delta U = Q - W. \quad (4)$$

Der Hauptsatz gilt für die Teilprozesse aber auch für den gesamten Prozess, da Energieerhaltung immer gilt:

Hauptsatz auf den (die) richtigen Prozess(e) anwenden, um die gesuchten Größen direkt zu berechnen!

Für Kreisprozesse gilt:

$$W_{KP} = Q_{KP}. \quad (5)$$

Zusammenfassung letzter Woche

$$\Delta E = Q - W$$

Vorzeichen:

- $W > 0$: Vom System geleistete Arbeit;
- $W < 0$: Am System geleistete Arbeit;
- $Q > 0$: Zum System zugeführte Wärme;
- $Q < 0$: Vom System abgegebene Wärme.

Zusammenfassung letzter Woche

- Ideal Gas Gleichung:

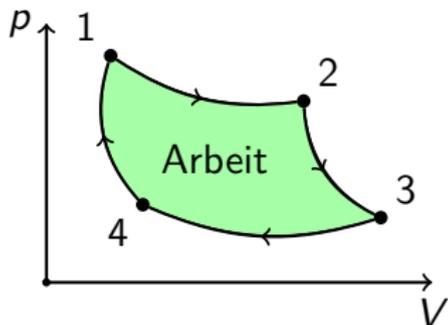
$$p \cdot v = R \cdot T, \quad p \cdot V = m \cdot R \cdot T, \quad p \cdot V = n \cdot R_0 \cdot T, \quad (6)$$

$$R_0 = 8.314 \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K}, \quad R = \frac{R_0}{M}. \quad (7)$$

M : Molare Masse (siehe Tabelle A1)

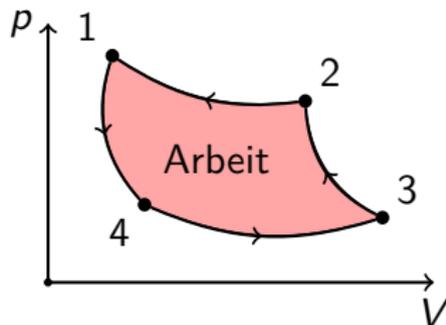
- Für idealen Gase arbeiten wir bei p, v, T **nicht** mit den Tabellen, da wir eine Gleichung haben (Wasser ist kein ideales Gas!).
- Bei idealen Gasen gibt es den “Dom” in den $p - V$ und $T - V$ Diagrammen nicht, da ein ideales Gas sich nie verflüssigt oder verfestigt.
- Die Innere Energie eines idealen Gases ist **nur** eine Funktion der Temperatur (siehe Tabellen A-23, ...).

Kreisprozesse



Wärmekraftmaschine:

$$W_{\text{KP}} > 0, \quad Q_{\text{KP}} > 0.$$



Wärmepumpe:

$$W_{\text{KP}} < 0, \quad Q_{\text{KP}} < 0.$$

Polytrope Zustandsänderung für ideale Gase

Wir haben gesehen:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV. \quad (8)$$

Wie findet man $p(V)$?

Mögliche analytische Darstellung mit Polytropenkoeffizient n :

$$p \cdot v^n = \text{konst.}, \quad p \cdot V^n = \text{konst.}. \quad (9)$$

Im Allgemeinen gilt also:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n. \quad (10)$$

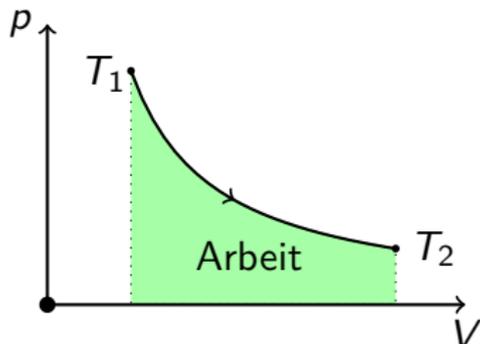
Polytrophe Zustandsänderung für ideale Gase

Isobar	$p = \text{konst.}$	$p \cdot v^0 = \text{konst.}$	$n = 0$
---------------	---------------------	-------------------------------	---------

Isotherm	$T = \text{konst.}$	$R \cdot T = p \cdot v = \text{konst.}$	$n = 1$
-----------------	---------------------	---	---------

Isochor	$v = \text{konst.}$	$\frac{v_1}{v_2} = 1 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$	$n = \infty$
----------------	---------------------	--	--------------

Adiabat	$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konst.}$		
----------------	---------------------------------------	--	--

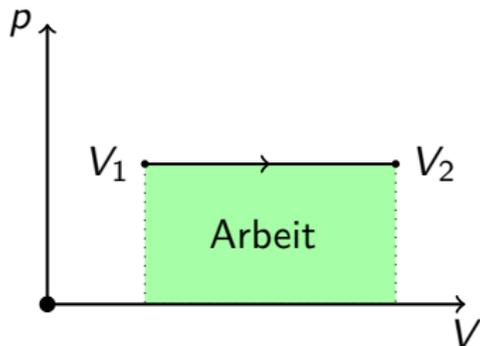
Isothermer Prozess ($n = 1$)

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T = \text{konst.} \quad (11)$$

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} W_{12} &= \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1}{V} dV \\ &= p_1 V_1 \cdot \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \quad (13) \\ &= mRT \cdot \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \end{aligned}$$

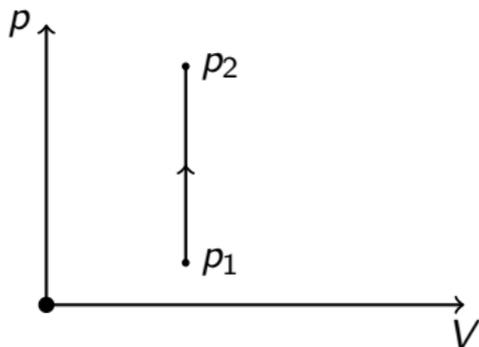
$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{12} = W_{12} \quad (14)$$

Isobarer Prozess ($n = 0$)

$$\frac{p}{m \cdot R} = \frac{T}{V} = \text{konst.} \quad (15)$$

$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} W_{12} &= p \int_{V_1}^{V_2} dV \\ &= p \cdot (V_2 - V_1) \\ &= mR \cdot (T_2 - T_1) \end{aligned} \quad (17)$$

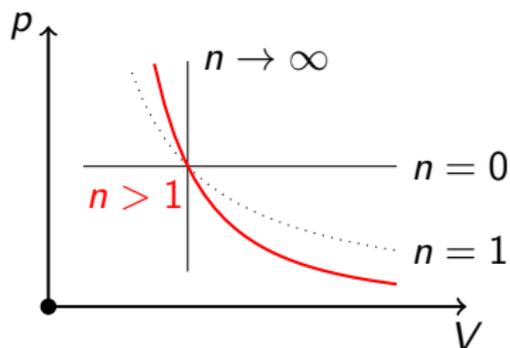
Isochorer Prozess ($n = \infty$)

$$\frac{1}{m \cdot R \cdot V} = \frac{T}{p} = \text{konst.} \quad (18)$$

$$\frac{T_1}{p_1} = \frac{T_2}{p_2} \quad (19)$$

$$W_{12} = 0 \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q_{12} \\ &= m \cdot (u_2 - u_1) \end{aligned} \quad (21)$$

Allgemeiner Prozess ($n \neq 1$)

$$p \cdot V^n = \text{konst.} \quad (22)$$

$$T^n \cdot p^{1-n} = \text{konst.} \quad (23)$$

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 \cdot V_1^n}{V^n} dV \quad (24)$$

$$= \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{1-n} \quad (25)$$

$$= \frac{m \cdot R}{1-n} \cdot (T_2 - T_1) \quad (26)$$

Je grösser n desto steiler ist die Kurve.

Bemerkungen zu den polytropen Zustandsänderung

Achtung: Diese Formeln gelten **nur** für ideale Gase!

Bemerkungen zu den polytropen Zustandsänderung

Es kann trotzdem passieren, dass der Polytropenkoeffizient explizit gegeben ist, auch wenn man nicht mit einem idealen Gas arbeitet. Dann gelten die Gleichungen

$$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n, \quad p \cdot V^n = \text{konst.} \quad (27)$$

sowie

$$W_{12} = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{1 - n} \quad (28)$$

aber nicht alle andere Gleichungen, die mit der Idealgasgleichung hergeleitet wurden.

Fragen?