Institut für Automatik
ETH Zürich
Prof. W. Schaufelberger
Prof. F. Cellier

Abt. ITET
Herbst 2006
20.09.2006

Signal- & Systemtheorie 2

Stud.-Nr. :
Name :

Achtung:

- Begründen Sie Ihre Antworten! Ergebnisse können nur gewertet werden, wenn der Lösungsweg nachvollziehbar ist.
- Benutzen Sie in Ihrer Lösung keine rote Farbe!
- Verwenden Sie *nur* die vorbereiteten Lösungsblätter und evt. die offiziellen Zusatzblätter. Numerieren Sie die Zusatzblätter und tragen Sie sie in die nachfolgende Tabelle ein.
- Abgegeben werden nur die Lösungsblätter - schreiben Sie *nur* dort!
- Geben Sie *alle* Aufgaben ab - auch die nicht angefangenen.

Ich bestätige hiermit alle Resultate selbständig erarbeitet zu haben

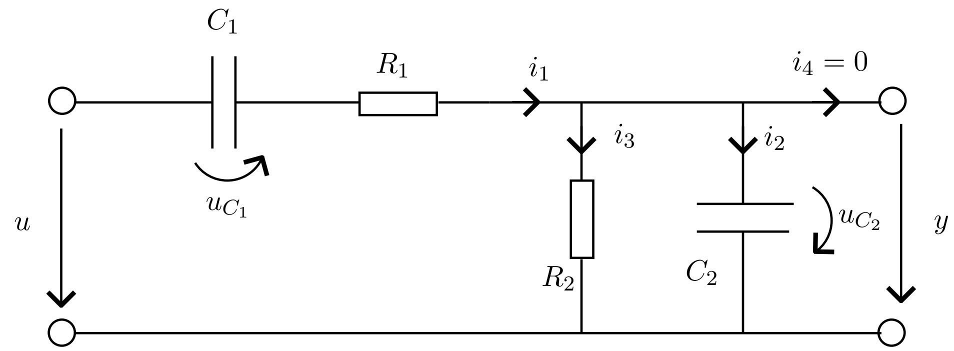
Unterschrift

Aufg.	x.1	x.2	x.3	x.4	x.5	x.6	x.7	Σ / Sig.	Zusatz Bl.		
1											
2											
3											
4											
5											
6											
Tot.	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-

1 Modellierung

1	2	3	4	5	Aufgabe
1.5	2	2.5	2	2	10 Punkte

Gegeben sei das folgende System



mit $R_1 = R_2 = 1M\Omega$, $C_1 = C_2 = 1\mu F$

1. Geben Sie A, B, C, D in der Zustandsbeschreibung an

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

   wobei u_{C_1}, u_{C_2} die Zustände sind.

2. Wo liegen die Eigenwerte der Matrix A?

3. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

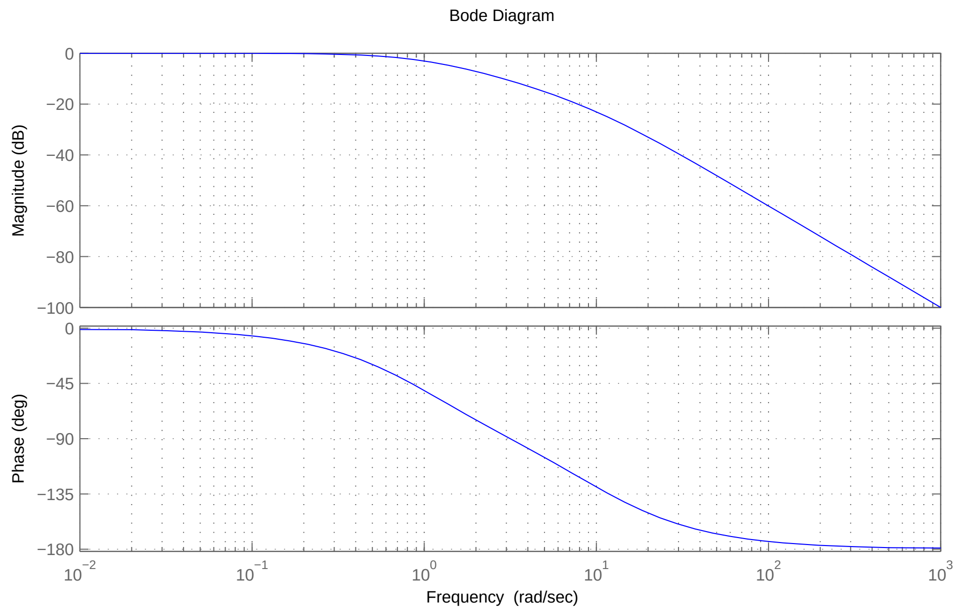
4. Zeichnen Sie das Pol-Nullstellendiagramm der Übertragungsfunktion.

5. Ist das System steuer- und beobachtbar? Ist das System stabil?

2 Bode- und Nyquistdiagramm

1	2	3	4	Aufgabe
2	3	2.5	2.5	10 Punkte

Ein einfaches System (2 Pole, keine Nullstelle) wird durch das folgende Bodediagramm beschrieben:



1. Bestimmen Sie ein mögliches $G(j\omega)$ und daraus $G(s)$.
2. Skizzieren Sie das dazugehörige Nyquistdiagramm.
3. Berechnen Sie ω für eine Phasendrehung von $-90°$.
4. Geben Sie eine Realisation von $G(s)$ an, die aus parallel geschalteten Übertragungen 1. Ordnung besteht. Wann kann man eine solche Darstellung angeben?

3 Systemanalyse

1	2	3	4	5	6	7	Aufgabe
1	1	2	1.5	1.5	1.5	1.5	10 Punkte

Gegeben sei ein System:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned}$$

mit

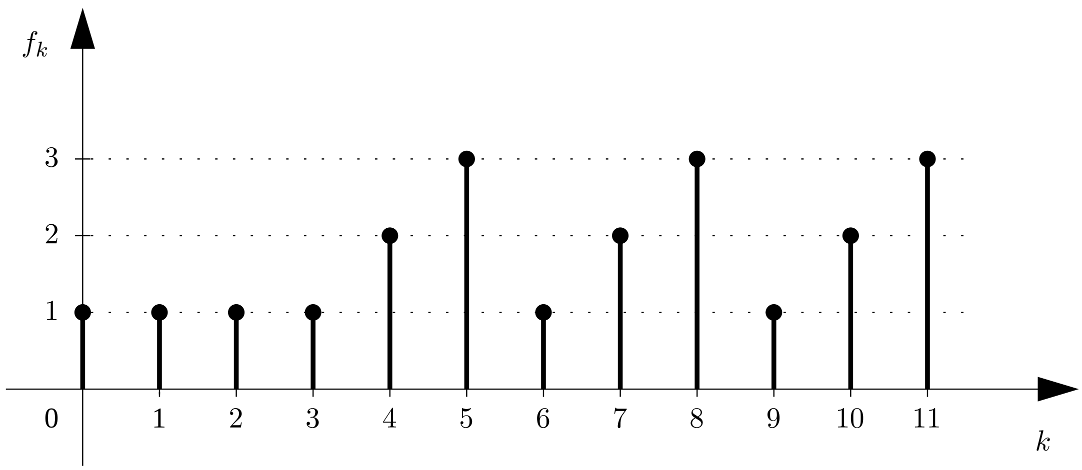
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

1. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$.
2. Ist das System stabil nach Lyapunov?
3. Ist das System BIBO stabil?
4. Ist das System steuerbar ?
5. Ist das System beobachtbar ?
6. Zeichnen Sie ein Blockdiagramm im Zeitbereich .
7. In welcher Normalform ist das System durch A, B, C, D dargestellt?

4 Zeitdiskrete Systeme

1	2	3	Aufgabe
3	5	2	10 Punkte

Gegeben ist das diskrete Signal:



Das Signal hat einen Wert von 1 bis zum Abtastpunkt 3. Danach verläuft es periodisch mit einer Periode von 3.

1. Bestimmen Sie die z^{-1}–Transformierte $F(z^{-1})$ als unendliche Summe.
2. Berechnen Sie die z–Transformierte $F(z)$ in geschlossener Form.
3. f_k sei das Ausgangssignal eines diskreten Systems. Das Eingangssignal ist die abgetastete Schrittfunktion. Finden Sie die z-Übertragungsfunktion des Systems, welches das Ausgangssignal produziert (Sie dürfen die Anfangsbedingung als null annehmen).

5 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

1	**2**	**3**	**Aufgabe**
2	**2**	**2**	**6 Punkte**

Gegeben: Das diskrete System:

$$\underline{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -1 & 2.5 \\ -0.75 & 1.75 \end{bmatrix} \underline{x}_k + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$

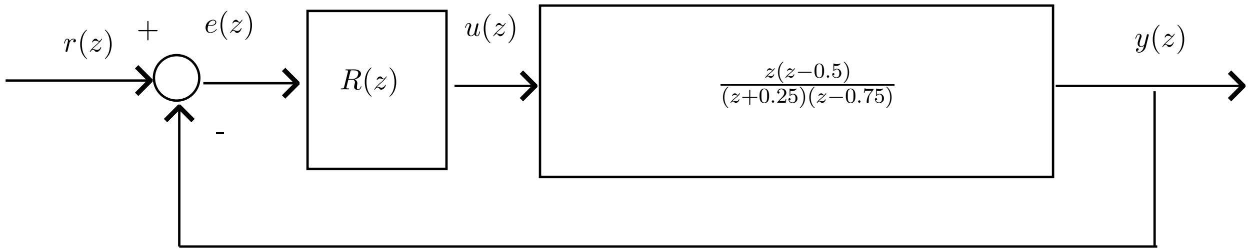
$$y_k = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \underline{x}_k + [3] \, u_k$$

1. Gesucht: Die z-Übertragunsfunktion $G(z)$.
2. Was können Sie über die Steuerbarkeit dieses Systems aussagen?
3. Was können Sie über die Beobachtbarkeit dieses Systems aussagen?

6 Zeitdiskrete Systeme

1	2	3	4	5	Aufgabe
3	2	1	2	2	10 Punkte

Gegeben sei das diskrete System:



1. Bestimmen Sie $R(z)$ so dass die Gesamtübertragungsfunktion $G_{tot}(z) = \frac{y(z)}{r(z)} = \frac{1}{z^2}$.
2. Finden Sie eine Zustandsraumdarstellung des geschlossenen Systems.
3. Zeigen Sie, dass die A-Matrix des Systems nilpotent ist. Hinweis: es gibt einen Faktor k, so dass $A^k = 0$ ist.
4. Zeigen Sie, dass eine Matrix die sämtliche Eigenwerte im Nullpunkt hat, immer nilpotent ist.
5. Zeigen Sie, dass jede nilpotente Matrix ihre Eigenwerte im Ursprung hat.