

Institut für Automatik  
ETH Zürich  
Prof. W. Schaufelberger

D-ITET  
28.9.2005

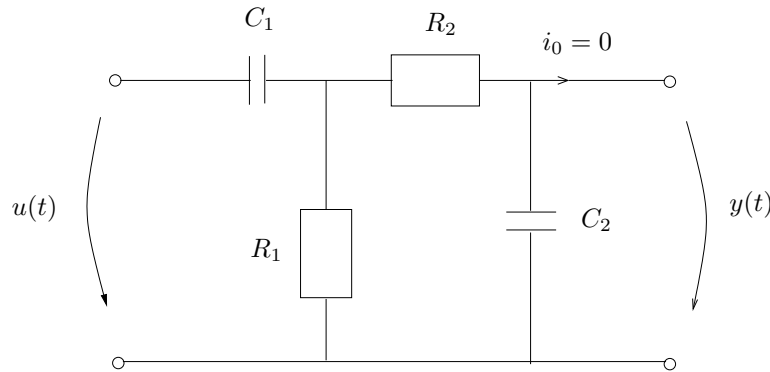
# Signale & Systeme II

2. Vordiplom  
Herbst 2005

**Aufgabe 1 Modellierung**

|   |   |   |   |   |           |
|---|---|---|---|---|-----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Aufg.     |
| 2 | 4 | 3 | 3 | 6 | 18 Punkte |

Gegeben ist das folgende Netzwerk:



Wobei  $u(t)$  und  $y(t)$  Spannungen sind.

- 1.) Stellen Sie geeignete Zustandsgleichungen auf und ermitteln Sie daraus  $A$ ,  $b$ ,  $c^T$ ,  $d$  in:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A \cdot x + b \cdot u \\ y &= c^T \cdot x + d \cdot u \end{aligned}$$

- 2.) Stellen Sie das System in ein Blockdiagramm mit Integratoren, Summatoren und Verstärkern dar.  
 3.) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion für die folgenden Werte der Elemente:  $R_1 = R_2 = 1M\Omega$ ,  $C_1 = C_2 = 1\mu F$   
 a) aus den Zustandsgleichungen  
 b) aus dem Blockdiagramm

In beiden Fällen muss der Lösungsweg aus der Lösung klar ersichtlich sein.

- 4.) Wie verändert sich das dynamische Verhalten (Systemordnung und Zeitkonstante), wenn an den Ausgangsklemmen eine ohmische, kapazitive oder induktive Last angeschlossen wird? (qualitative Aussagen, keine Berechnungen)  
 5.) Wie verändern sich  
 a) die Zustandsgleichungen  
 b) die Systemeigenschaften (Stabilität, Beobachtbarkeit, Steuerbarkeit)

falls der Eingang des Netzwerkes durch eine ideale Stromquelle  $i(t)$  gespeist wird? Für die Bestimmung der Systemeigenschaften geben Sie das entsprechende Blockdiagramm im Zeitbereich an und begründen Sie ihre Antworten **ohne** Berechnungen.

**Aufgabe 2** Frequenzbereich - Analyse und Entwurf

|   |   |   |           |
|---|---|---|-----------|
| 1 | 2 | 3 | Aufg.     |
| 4 | 2 | 6 | 12 Punkte |

Gegeben sei das folgende Bode-Diagramm (Abbildung 1)

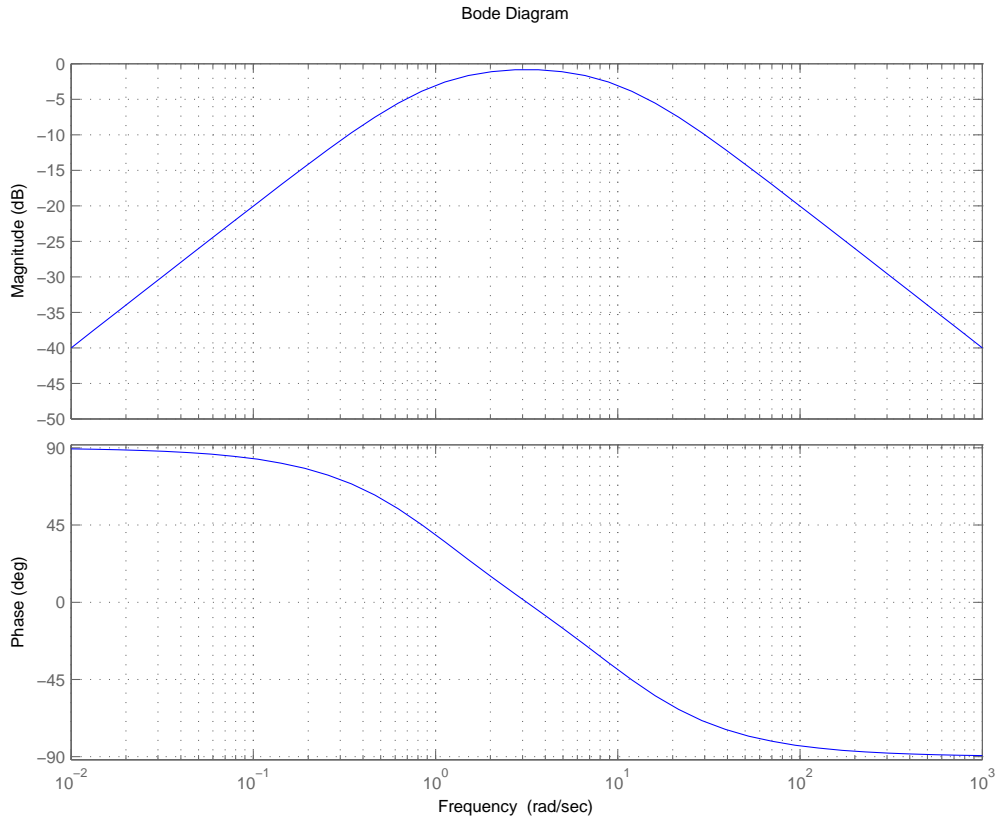


Abbildung 1: Bode-Diagramm  $G(s)$

- 1.) Finden sie eine dazu passende Übertragungsfunktion  $G(s)$ .
- 2.) Skizzieren sie das zu diesem Bode-Diagramm entsprechende Nyquist-Diagramm in Abbildung 2 des Prüfungsformulars.
- 3.) Durch das angegebene Bode-Diagramm ist ein Bandfilter definiert. Modifizieren Sie nun dieses Bandfilter mit einem zusätzlichen Filter der Form

$$G_2(s) = \frac{c(s)}{d(s)},$$

wobei  $c(s)$  und  $d(s)$  Polynome 2. Ordnung sind, so, dass Störungen mit der Frequenz  $f_b = 5Hz$  unterdrückt werden und der Rest des Frequenzganges wenig beeinflusst wird.

Dokumentieren Sie Ihre Wahl der Polynome  $c(s)$ ,  $d(s)$  indem Sie das Bode-Diagramm von  $G_2(s)$  in Abbildung 3 sowie das Bode-Diagramm des Gesamtsystems  $G_{ges} = G(s) \cdot G_2(s)$  in Abbildung 4 des Prüfungsformulars eintragen.

|   |   |           |
|---|---|-----------|
| 1 | 2 | Aufg.     |
| 5 | 7 | 12 Punkte |

### Aufgabe 3 Systemantwort - Entwurf

Gegeben ist ein System  $\Sigma$  durch die folgende Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{3}{s(s+3)}$$

- 1.) Dieses System wird durch eine (vorläufig unbekannte) Steuerung  $u(t)$ ,  $t \in [0, t^*]$  in eine Ruhelage gebracht und dort mit einem konstanten Eingang  $\bar{u} = u(t)$ ,  $t > t^*$  gehalten. Dabei resultiert ein konstantes Ausgangssignal  $\bar{y} = y(t)$ ,  $t > t^*$ .

Was können Sie über die Ruhelage sowie die Signale  $\bar{u}$ ,  $\bar{y}$  ohne Berechnungen aussagen?

Hinweis: Für die Erklärungen nehmen Sie eine Realisation des Systemes an.

- 2.) Bestimmen Sie eine amplitudenbeschränkte Steuerung  $u(t)$

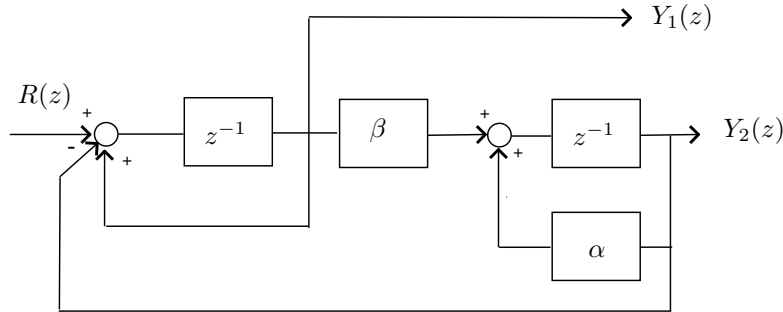
$$u(t) = \begin{cases} u(t) & : 0 \leq t \leq 2 \\ \bar{u} & : 2 < t \end{cases}$$

so, dass das Systems  $\Sigma$  gestartet zur Zeit  $t = 0$  aus der Ruhelage nach  $t^* = 2s$  den konstanten Ausgang  $\bar{y} = y(t) = 5$  produziert. Der stationäre Eingang  $\bar{u}$  muss auch bestimmt werden.

**Aufgabe 4 Zeitdiskrete Systeme**

|   |   |   |   |   |   |   |           |
|---|---|---|---|---|---|---|-----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Aufg.     |
| 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 4 | 18 Punkte |

Gegeben ist das folgende Blockdiagramm im z-Bereich:



- 1.) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion  $G_1(z)$  mit  $Y_1(z) = G_1(z)R(z)$ .
- 2.) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor ein und geben Sie die zugehörigen Zustandsgleichungen:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Br(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Dr(k) \end{aligned}$$

für das System  $R(z) \rightarrow Y_2(z)$  an.

- 3.) Was können Sie über die Übertragungsfunktion  $G_2(z)$  von  $R(z) \rightarrow Y_2(z)$  ohne Berechnungen (plausible Begründung angeben) sagen?
- 4.) Für welche Werte von  $\alpha$  und  $\beta$  sind die Systeme  $R(z) \rightarrow Y_1(z)$  und  $R(z) \rightarrow Y_2(z)$  steuerbar und beobachtbar? Geben Sie jeweils die Aufteilung in steuer-/nichtsteuerbares bzw. beobacht-/nichtbeobachtbares Teilsystem an. Die Lösung muss auch aus dem Blockdiagramm mit plausiblen Argumenten begründet werden.
- 5.) Es sei  $\alpha = 0$ . Skizzieren Sie die Lage der Pole der Systeme  $R(z) \rightarrow Y_1(z)$  und  $R(z) \rightarrow Y_2(z)$ . Für welche Werte von  $\beta$  sind die Systeme stabil?
- 6.) Für  $\alpha = -0.5$ ,  $\beta = 1$  geben Sie ein zeitkontinuierliches System an, das langsamer abklingt als das gegebene System.
- 7.) Gegeben ist die Sequenz  $\{u(k)\} = \{1, 1, 1, -1, 1, -1, \dots \text{beliebige Fortsetzung}\}$ . Bestimmen Sie alle z-Transformierten  $U(z)$  der Folgen  $u(k)$ , die den angegebenen Anfang besitzen.