Institut für Automatik
ETH Zürich
Prof. W. Schaufelberger

D-ITET
8.3.2006

Signale & Systeme II

2. Vordiplom
Frühling 2006

Aufgabe 1 Stabilität, Steurbarkeit, Beobachtbarkeit

1	2	3	4	Aufg.
4	1	3	4	12 Punkte

Gegeben ist ein System Σ durch die folgende Zustandsraumbeschreibung:

$$\begin{aligned} \underline{\dot{x}} &= A\underline{x} + \underline{b}u \\ y &= \underline{c}^T\underline{x} + du\,, \end{aligned} \tag{1}$$

mit

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \underline{c}^T &= \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad d = 0\,. \end{aligned} \tag{2}$$

1.) Beantworten Sie die folgenden Fragen (mit Begründung):
Ist das System stabil (BIBO und Lyapunov)?
Ist das System steuerbar?
Ist das System beobachtbar?

2.) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ mit $Y(s) = U(s)G(s)$.

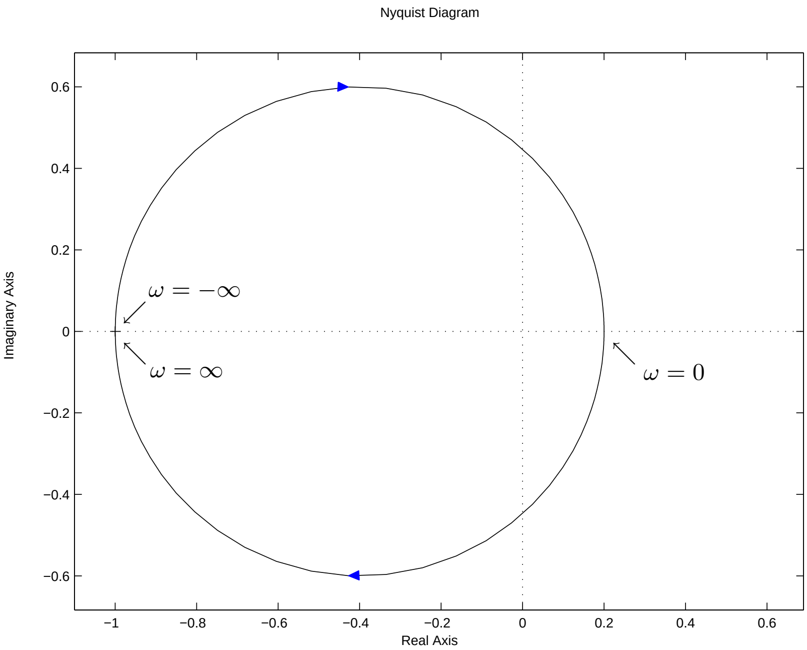
3.) Zeichnen Sie je ein Blockdiagramm im Zeitbereich mit Integratoren, Summatoren und Verstärkern für das ursprüngliche System $(A, \underline{b}, \underline{c}, d)$ und für $G(s)$. Wie erklären Sie den Unterschied?

4.) Welche Normalformen existieren zum System (1) (Diagonalform, Regelungsnormalform, Beobachternormalform)? Begründen Sie Ihre Antwort. Geben Sie die ZR-Beschreibung für die existierende Normalformen an. Sind die einzelnen Normalformen eindeutig? Falls nein, begründen Sie dies.

Aufgabe 2 Frequenzbereich

1	2	3	4	5	Aufg.
1	2	2	2	2	9 Punkte

Gegeben ist ein Nyquistdiagramm eines linearen Systems $G(s)$.



1.) Bestimmen Sie den Betrag und die Phase von $G(j\omega)$ für $\omega = 0$ und $\omega = \infty$.

2.) Bestimmen Sie den Pol / Nullstellen Überschuss sowie die Anzahl der Pole und Nullstellen dieses Systems. Begründen Sie Ihre Antwort.

3.) Zeichnen Sie ein Bodediagramm des gleichen Systems.

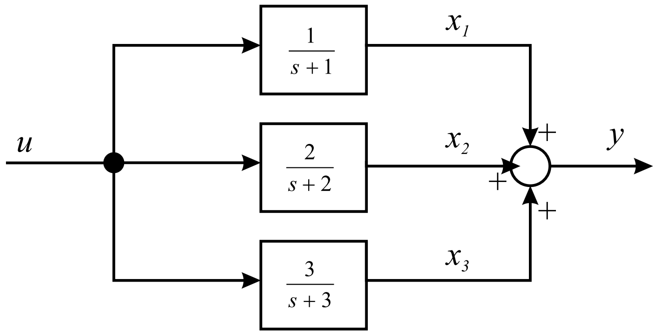
4.) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

5.) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G_s(s)$ eines stabilen Systems 1.Ordnung an, dessen Frequenzgang eine konstante Amplitude 1 für alle Frequenzen aufweist und dessen Phase von $0°$ zu $-\pi$ dreht, wenn ω von 0 zu ∞ variiert.

Aufgabe 3 Übertragungsfunktion und Zustandbereich

1	2	3	Aufg.
1	1	3	5 Punkte

Gegeben sei das folgende System

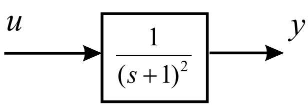


1.) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ mit

$$Y(s) = G(s)\,U(s).$$

2.) Wo liegen die Pole? Welches ist der dominante Pol?

3.) Für das folgende System gibt es keine Diagonalform



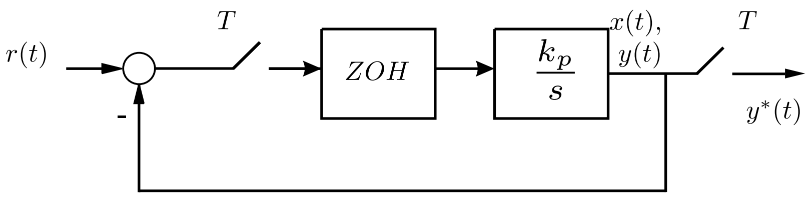
Warum?

Geben Sie die anstelle der Diagonalform verwendete Form an.

Aufgabe 4 Zeitdiskrete Systeme

1	2	3	4	5	6	Aufg.
2	1	2	2	2	1	10 Punkte

Gegeben ist das folgende System mit Abtastzeit T



1.) Bestimmen Sie die Zustandsgleichung

$$\begin{aligned} x((k+1)T) &= Ax(kT) + \underline{b}\, r(kT) \\ y(kT) &= \underline{c}^T x(kT) \end{aligned}$$

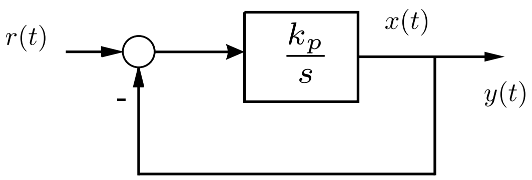
2.) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ in

$$Y(z) = G(z)R(z)$$

3.) Für welche Werte von T ist das System stabil?

4.) Ändert sich das Systemverhalten, wenn anstelle von $x(t)$ das abgetastete signal $y^*(t)$ zurückgeführt wird?

5.) Ein entsprechendes kontinuierliches System hat die Form:



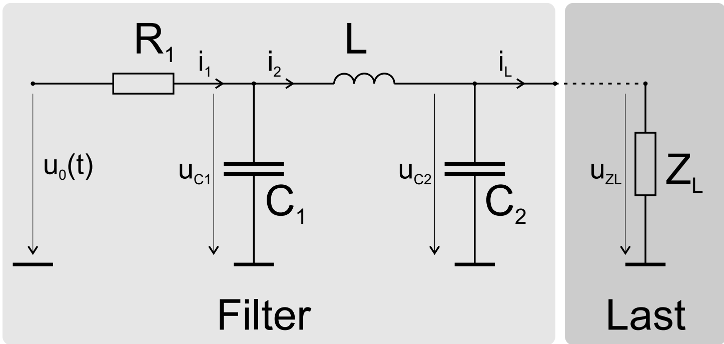
Für welche Werte von k_p is das system stabil?

6.) Wo liegt ein grundlegendes Unterschied zwischen den beiden vorangehenden (zeitdiskreten und kontinuerlichen) linearen Systenen 1. Ordnung?

Aufgabe 5 Modellierung

1	2	3	4	5	Aufg.
1	2	4	2	1	10 Punkte

Wir möchten ein Filter untersuchen:



1.) Welcher Ordnung ist das mathematische Modell des Filters? Begründen Sie Ihre Antwort.

2.) Wie ändert sich die Ordnung des Gesamtsystems *Filter + Last* in Abhängigkeit von der Last Z_L? Welche Lasten ändern die Ordnung nicht?

3.) Geben Sie ein Zustandsmodell $A, \underline{b}, \underline{c}, d$ des unbelasteten Filters an.

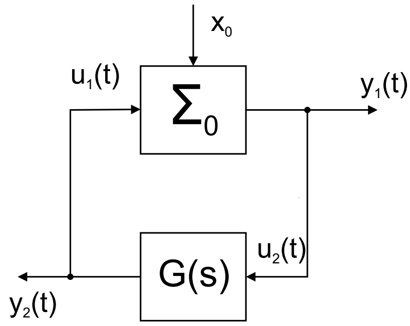
4.) Modifizieren Sie das vorherige Zustandsraummodell so, dass eine beliebige R-Last angehängt werden kann ohne eine Änderung des Filtermodells.

5.) Kann das obige Modell auch eine C- bzw. L-Last akzeptieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 6 Analyse

1	2	3	4	5	6	Aufg.
2	2	4	2	2	2	14 Punkte

Gegeben ist ein autonomes System, das aus zwei gekoppelten Teilsystemen besteht:



Dabei ist:

$$G(s) = k\frac{s-1}{s}$$

Und Σ_0 ist beschrieben durch:

$$\dot{x}_1 = x_1 \qquad y_1 = x_1 + u_1$$

1.) Geben Sie die Zustandsraumbeschreibung des Gesamtsystems an.

2.) Zeichnen Sie ein Blockschaltbild des Gesamtsystems im Bildbereich und berücksichtigen Sie dabei die Anfangsbedingungen x_0.

3.) Bestimmen Sie den Ausgang $Y_1(s)$ in Abhängigkeit der Anfangsbedingung $x_0 = x_1(0)$.

4.) Berechnen Sie die Ausgänge $y_1(t)$ und $y_2(t)$ für $x_0 = 1$ und $k = 0.5$.

5.) Erklären Sie die beiden Verläufe $y_1(t)$ und $y_2(t)$ aus den Systemeigenschaften.