

## Signal- & Systemtheorie 2

**Stud.-Nr. :**  
**Name :**

**Achtung:**

- Begründen Sie Ihre Antworten! Ergebnisse können nur gewertet werden, wenn der Lösungsweg nachvollziehbar ist.
- Benutzen Sie in Ihrer Lösung keine rote Farbe!
- Verwenden Sie *nur* die vorbereiteten Lösungsblätter und evt. die offiziellen Zusatzblätter. Numerieren Sie die Zusatzblätter und tragen Sie sie in die nachfolgende Tabelle ein.
- Abgegeben werden nur die Lösungsblätter - schreiben Sie *nur* dort!
- Geben Sie *alle* Aufgaben ab - auch die nicht angefangenen.

**Ich bestätige hiermit alle Resultate selbständig erarbeitet zu haben**

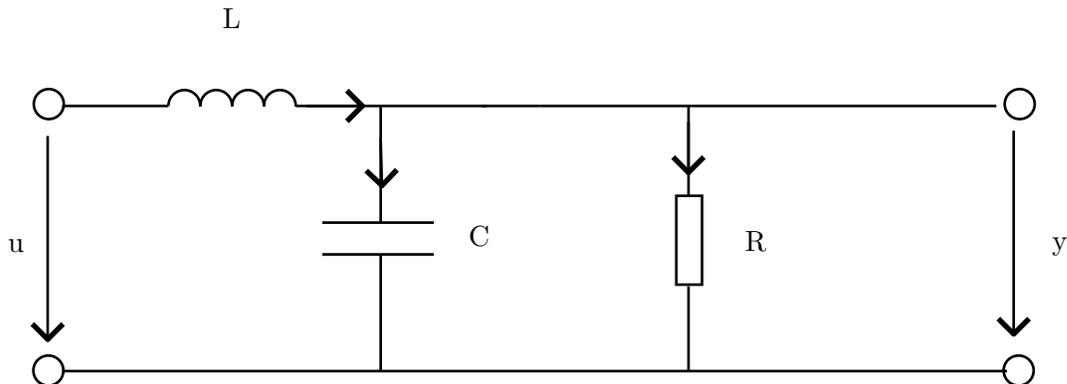
\_\_\_\_\_  
 Unterschrift

Aufg.	x.1	x.2	x.3	x.4	x.5	x.6	x.7	$\Sigma$ / Sig.	Zusatz Bl.		
<b>1</b>											
<b>2</b>											
<b>3</b>											
<b>4</b>											
<b>5</b>											
<b>6</b>											
<b>Tot.</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-

# 1 Modellierung

1	2	3	4	5	Aufgabe
1	2.5	2	1.5	3	10 Punkte

Gegeben sei das folgende System:



bestehend aus einem ungedämpften Schwingkreis ( $L, C$ ) und einem Lastwiderstand  $R$ .

1. Legen Sie geeignete Zustandsgrößen fest.
2. Geben Sie  $A, B, C, D$  in der Zustandsbeschreibung mit den gewählten Zuständen an.

$$\dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + B\underline{u}(t)$$

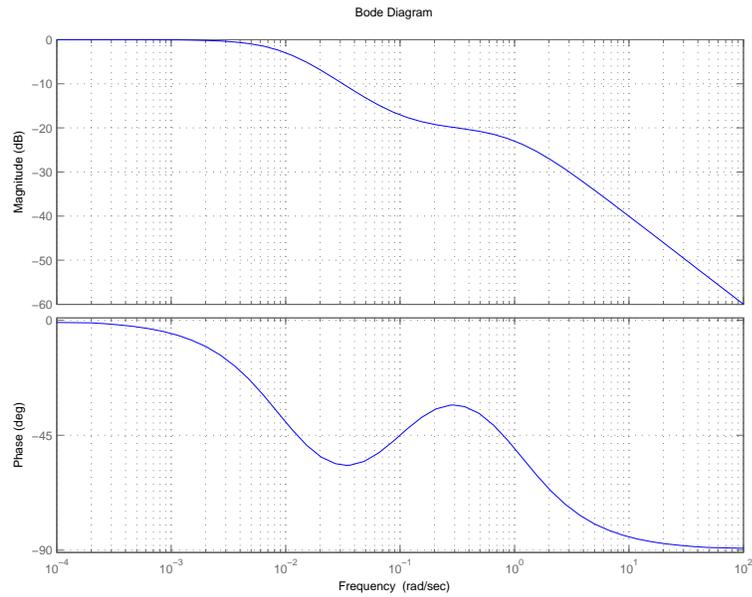
$$\underline{y}(t) = C\underline{x}(t) + D\underline{u}(t)$$

3. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ .
4. Geben Sie die charakteristische Gleichung der Matrix  $A$  an.
5. Die folgenden Werte seien gegeben:  $L = 1\text{mH}$ ,  $C = 1\mu\text{F}$ . Wie gross muss  $R$  gewählt werden, dass ein Doppelpol entsteht?

## 2 Bode- und Nyquistdiagramm

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>Aufgabe</b>
<b>3</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>9 Punkte</b>

Gegeben sei das folgende Bodediagramm:

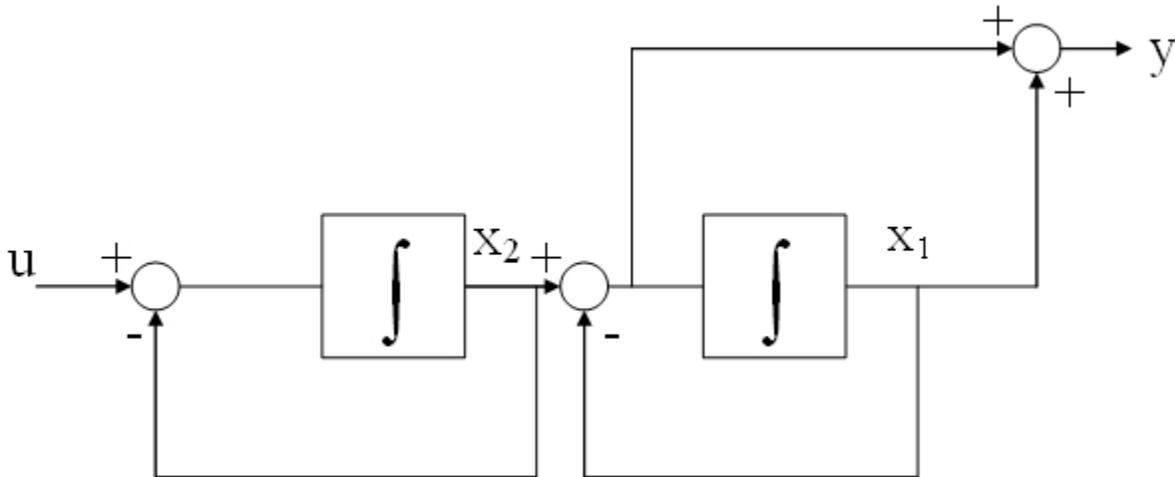


1. Skizzieren Sie das dazugehörige Nyquistdiagramm.
2. Wieviele Pole und Nullstellen hat dieses System?
3. Bestimmen Sie ein mögliches  $G(j\omega)$  und daraus  $G(s)$ .
4. Berechnen Sie mit dem gefundenen  $G(j\omega)$  den Phasenwinkel  $\varphi$  bei  $\omega = 1$ .

### 3 Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit, Stabilität

1	2	3	4	5	6	7	Aufgabe
2	1.5	1.5	2	2	1	1	11 Punkte

Gegeben sei das folgende System, beschrieben durch das Blockdiagramm:



1. Geben sie  $A, B, C, D$  in der Zustandsbeschreibung an

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}(t) &= A\underline{x}(t) + B\underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) &= C\underline{x}(t) + D\underline{u}(t)\end{aligned}$$

2. Ist das System steuerbar?
3. Ist das System beobachtbar?
4. Bestimmen sie die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (1)$$

5. Ist das System BIBO stabil?
6. Ist das System stabil im Sinne von Lyapunov?
7. Bestimmen sie die Eigenwerte der Matrix  $A$ .

## 4 Zustandsraumdarstellung

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>Aufgabe</b>
<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>7 Punkte</b>

Gegeben sei das diskrete System

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.04 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = [2.5 \quad -0.7] x(k)$$

1. Bestimmen Sie, ob das System Lyapunov-stabil ist.
2. Finden Sie die z-Übertragungsfunktion des Systems.
3. Bestimmen Sie eine andere (ähnliche) Zustandsform der Form:

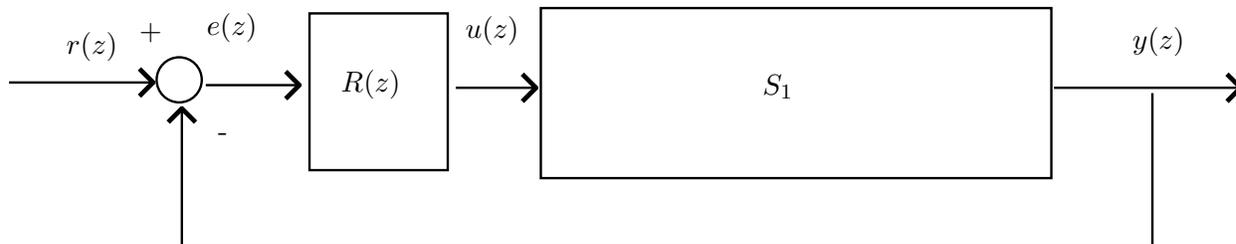
$$z(k+1) = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} z(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = [r_1 \quad r_2] z(k)$$

## 5 Zeitdiskrete Systemanalyse

1	2	3	Aufgabe
2	4	4	10 Punkte

Gegeben sei das diskrete System:



wobei

$$R(z) = \frac{(z - 0.25)}{z(z - 0.5)}$$

und  $S_1$  is gegeben durch:

$$\begin{aligned} \underline{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 1 & -0.375 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} 0.5 & -0.375 \end{bmatrix} \underline{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} u_k \end{aligned}$$

1. Bestimmen Sie die Steuerungsnormalform von  $R(z)$ .
2. Finden Sie eine Zustandsraumdarstellung des geschlossenen Systems. Verwenden Sie dazu den Zustandsvektor:

$$\Xi = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}$$

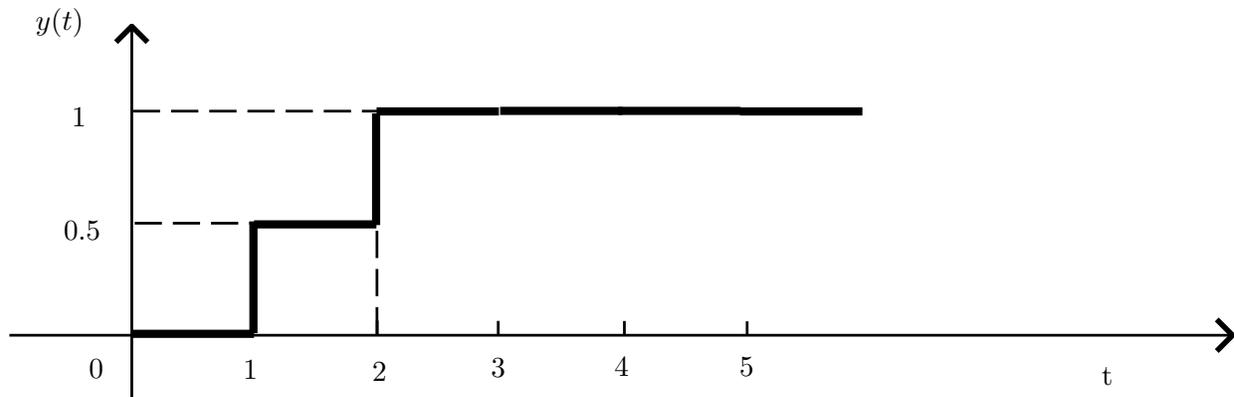
wobei  $\xi_1$  und  $\xi_2$  die beiden Zustandsvariablen des Reglers  $R(z)$  sind.

3. Ist die Zustandsraumdarstellung die Sie so erhalten haben minimal?

## 6 Zeitdiskrete Systeme

1	2	Aufgabe
3	3	6 Punkte

Gegeben ein unbekanntes System mit der Schrittantwort:



1. Entwerfen Sie ein System, das die beobachtete Schrittantwort aufweist. Hinweis: Nehmen Sie an, es handle sich um ein diskretes System mit einem ZOH am Ausgang. Bestimmen Sie  $Y(z)$  und  $U(z)$ , und daraus  $G(z)$ .
2. Finden Sie eine Zustandsbeschreibung des Systems. Unter Anwendung von Initialwerten, die alle zu Null gesetzt werden, simulieren Sie die Schrittantwort des Systems von Hand und verifizieren Sie, dass Sie in der Tat das gewünschte Ausgangssignal erhalten.