Thermodynamik I - Übung 7

Nicolas Lanzetti

Heutige Themen

- Zusammenfassung letzter Woche;
- Die Entropie;
- Die $T\mathrm{d}S$-Gleichungen;
- Die erzeugte Entropie;
- Isentroper Wirkungsgrad;
- Hinweise zu der Zwischenprüfung.

Zusammenfassung letzter Woche

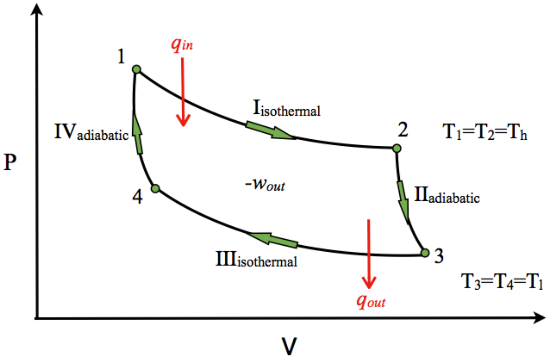
Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik:

Wärme kann nicht vollständig in Arbeit umgewandelt werden.

Zwei Formulierungen:

- Formulierung von Kelvin-Plank;
- Formulierung von Clausius.

Zusammenfassung letzter Woche



Der Carnot Prozess ist ein idealisierter reversibler Prozess, der zwischen die Temperaturen T_H und T_C arbeitet.

Zusammenfassung letzter Woche

Für den Carnot Prozess gilt:

$$\frac{Q_H}{Q_C} = \frac{T_H}{T_C}. \tag{1}$$

Wirkungsgrad/Leistungziffer:

- Wärmekraftmaschine:

$$\eta_{\text{th}} = \frac{W}{Q_{\text{zu}}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}. \tag{2}$$

- Kältemaschine:

$$\varepsilon_{\text{KM}} = \frac{Q_C}{W} = \frac{T_C}{T_H - T_C}. \tag{3}$$

- Wärmepumpe:

$$\varepsilon_{\text{WP}} = \frac{Q_H}{W} = \frac{T_H}{T_H - T_C}. \tag{4}$$

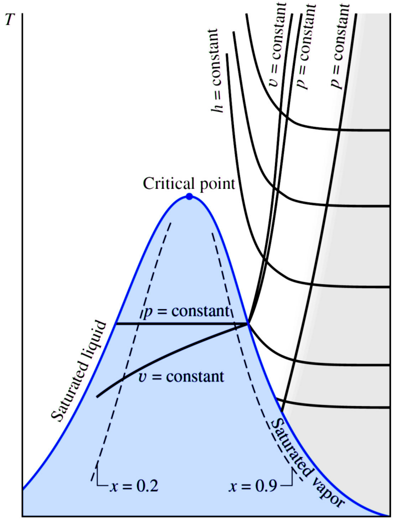
Die Entropie

Die Entropie ist ein Mass für:

- Irreversibilität;
- Richtung eines Prozesses.

In anderen Worten stellt die Entropie ein Mass für die verlorenen Arbeitsmöglichkeiten einer thermischen Energiemenge dar.

Das $T - s$ Diagramm



Die TdS Gleichungen

Die TdS Gleichungen lauten:

$$T \cdot \mathrm{d}S = \mathrm{d}U + p \cdot \mathrm{d}V, \qquad T \cdot \mathrm{d}S = \mathrm{d}H - V \cdot \mathrm{d}p, \tag{5}$$

$$T \cdot \mathrm{d}s = \mathrm{d}u + p \cdot \mathrm{d}v, \qquad T \cdot \mathrm{d}s = \mathrm{d}h - v \cdot \mathrm{d}p, \tag{6}$$

$$T \cdot \mathrm{d}\bar{s} = \mathrm{d}\bar{u} + p \cdot \mathrm{d}\bar{v}, \qquad T \cdot \mathrm{d}\bar{u} = \mathrm{d}\bar{h} - \bar{v} \cdot \mathrm{d}p. \tag{7}$$

Wichtig: Die TdS Gleichungen werden im Skript (Kapitel 6.10.3) für einen reversiblen Prozess hergeleitet. Die gelten aber auch für irreversible Prozesse.

Bestimmen von Entropiedifferenzen

Wie bestimmt man

$$\Delta S = S_2 - S_1 \tag{8}$$

d.h. die Entropiedifferenz zwischen Zustand 1 und 2?

Drei Möglichkeiten:

- Wenn möglich: Tabellen;
- Ideale Gase: Siehe Formeln (nächste Folie);
- Mit den TdS Gleichung, aber aufpassen.

Entropiedifferenzen bei idealen Gasen

Im Allgemeinen benutzt man auch für ideale Gasen die Tabellen:

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = s^0(T_2) - s^0(T_1) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right), \tag{9}$$

$$\bar{s}(T_2, p_2) - \bar{s}(T_1, p_1) = \bar{s}^0(T_2) - \bar{s}^0(T_1) - R_0 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right). \tag{10}$$

Bei perfekten Gasen (c_p und c_v konstant) gilt:

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right), \tag{11}$$

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right). \tag{12}$$

Achtung: Einheit von R muss mit der Einheit von s^0,c_v oder c_p übereinstimmen!

Beispiel mit einer TdS Gleichung

Aus

$$T \cdot \mathrm{d}s = \mathrm{d}h - v \cdot \mathrm{d}p \tag{13}$$

folgt

$$\int T \cdot \mathrm{d}s = \int \mathrm{d}h - \int v \cdot \mathrm{d}p. \tag{14}$$

Sind T und v konstant bekommt man

$$T \cdot \int \mathrm{d}s = \int \mathrm{d}h - v \cdot \int \mathrm{d}p \tag{15}$$

$$T \cdot \Delta s = \Delta h - v \cdot \Delta p. \tag{16}$$

Erzeugte Entropie

Die erzeugte Entropie

$$S_{\text{erz}}$$

ist ein Mass dafür, wie irreversibel/verlustsreich ein Prozess ist.
Es gilt

$$S_{\text{erz}} \geq 0. \tag{17}$$

Achtung: S_{erz} und S nicht vermischen:

- S ist eine Zustandsgrösse: Jeder Zustand hat eine Entropie;
- S_{erz} ist keine Zustandsgrösse: Sie ist mit dem Prozess verbunden!

Erzeugte Entropie für geschlossene Systeme

$$S_{\text{erz}} = S_2 - S_1 - \sum_i \frac{Q_i}{T_{G,i}} \tag{18}$$

mit T_G Temperatur am Systemgrenze.
Es gilt:

- $S_{\text{erz}} = 0$: Reversibel;
- $Q = 0$: Adiabat;
- $S_2 - S_1 = 0$: Isentrop;
- Kreisprozesse: $S_2 - S_1 = 0$.

Adiabat $+$ Reversibel $\Rightarrow$ Isentrop.

Erzeugte Entropie für offene Systeme

$$\dot{S}_{\text{erz}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}S - \sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_{G,i}} + \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot s_{i,a} - \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot s_{i,e} \tag{19}$$

mit T_G Temperatur am Systemgrenze.

Es gilt:

- $\dot{S}_{\text{erz}} = 0$: Reversibel;
- $\dot{Q} = 0$: Adiabat;
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}S = 0$: Stationär;

Spezialfall: Stationär mit einem Massenstrom:

$$\dot{S}_{\text{erz}} = -\sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_{G,i}} + \dot{m} \cdot (s_a - \cdot s_e). \tag{20}$$

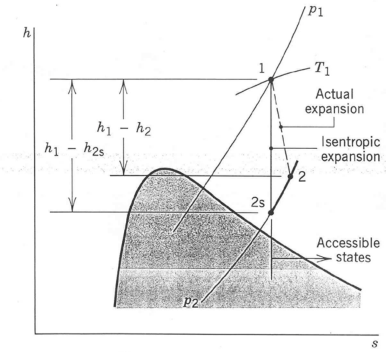
Isentroper Wirkungsgrad

Der isentrope Wirkungsgrad vergleicht die reale Leistungsfähigkeit eines Elements (Turbine, Pumpe,...) zur Leistungsfähigkeit desselben Elements, falls es ideal/verlustfrei (bei den selben Ein- und Austrittsbedingungen) arbeiten würde.

Isentroper Wirkungsgrad einer Turbine

Für eine stationäre und adiabate Turbine gilt:

$$\dot{W} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1), \qquad \dot{S}_{\text{erz}} = \dot{m} \cdot (s_2 - s_1). \tag{21}$$



Isentroper Wirkungsgrad einer Turbine

- Ideale Turbine:

$$s_1 = s_2 \quad \Rightarrow \quad \dot{W}_{\text{rev}} = \dot{m} \cdot (h_{2,s} - h_1). \tag{22}$$

- Reale Turbine:

$$s_2 > s_1 \quad \Rightarrow \quad \dot{W} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1). \tag{23}$$

Da $h_{2,s} > h_2$ ist (wie erwartet)

$$W_{\text{rev}} = W_{\text{max}} > W. \tag{24}$$

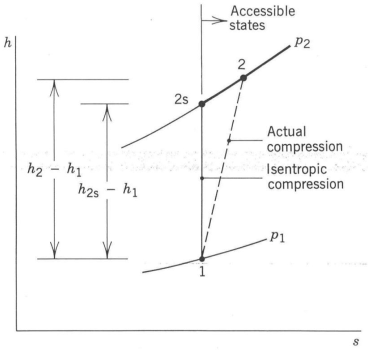
Der isentrope Wirkungsgrad für eine Turbine ist also definiert als

$$\eta_{T,s} = \frac{\dot{W}}{\dot{W}_{\text{rev}}} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2,s} - h_1}. \tag{25}$$

Isentroper Wirkungsgrad eines Kompressors

Für eine stationäre und adiabate Turbine gilt:

$$-\dot{W} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1), \qquad \dot{S}_{erz} = \dot{m} \cdot (s_2 - s_1). \tag{26}$$



Isentroper Wirkungsgrad eines Kompressors

- Idealer Kompressor:

$$s_1 = s_2 \quad \Rightarrow \quad -\dot{W}_{\text{rev}} = \dot{m} \cdot (h_{2,s} - h_1). \tag{27}$$

- Realer Kompressor:

$$s_2 > s_1 \quad \Rightarrow \quad -\dot{W} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1). \tag{28}$$

Jetzt ist $h_2 > h_{2,s}$, also ist

$$|\dot{W}| > |W_{\text{rev}}| = |W_{\min}|. \tag{29}$$

Der isentrope Wirkungsgrad eines Kompressors ist also definiert als

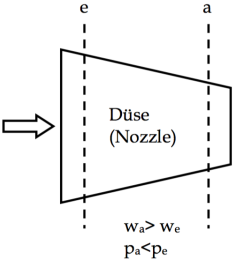
$$\eta_{K,s} = \frac{\dot{W}_{\text{rev}}}{\dot{W}} = \frac{h_{2,s} - h_1}{h_2 - h_1}. \tag{30}$$

Düsenwirkungsgrad

Analog zu der Turbine und dem Kompressor kann man auch den Wirkungsgrad einer (adiabaten) Düse definieren:

$$\eta_{D,s} = \frac{w^2}{w_{\max}^2} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2,s} - h_1}, \tag{31}$$

wobei w eine Geschwindigkeit ist.



Hinweise Zwischenprüfung

- **Obligatorische** Zwischenprüfung nächsten Freitag (20.11.2015);
- Die Zwischenprüfung zählt 20% der Endnote (in alle Fälle!);
- Für Repetenten: Es zälht die letzte geschriebene Zwischenprüfung;
- Es ist nicht möglich, die Zwischenprüfung als unbenotete Übung zu schreiben;
- Erlaubte Hilfsmitteln:
  - Tabellen;
  - Institutformelsammlung;
  - 4 Blätter eingene Zusammenfassung (keine Müsterlösungen);
  - Taschenrechner gemäss Einschränkungen.

Hinweise Zwischenprüfung

- Alte Zwischenprüfungen lösen;
- Tabellen immer klar schreiben;
- R134a oder Ammoniak sind nicht Wasser;
- Einheiten;
- Üben, üben, üben, . . .

Fragen?

- Pause oder nach der Übung;
- Sprechstunde: Heute 12:15-13:00 im ML J34.1;
- Mail: lnicolas@student.ethz.ch.

Fragen?