

## Praktikum Mess- und Regeltechnik

### Anleitung zum Versuch

# Ranger – Invertiertes Pendel

Autoren:

Michael Benz  
Stephan Zentner  
Simon Felsenstein  
Martin Zahnert  
Florian Zurbriggen

2013

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>                                     | <b>2</b>  |
| <b>2</b> | <b>Praktische Hinweise</b>                            | <b>3</b>  |
| 2.1      | Sicherheit . . . . .                                  | 3         |
| 2.2      | Systemstart . . . . .                                 | 3         |
| 2.3      | Umgang mit dem Pendel . . . . .                       | 6         |
| 2.4      | Verwendung des GUI . . . . .                          | 6         |
| <b>3</b> | <b>Hardware und Software</b>                          | <b>7</b>  |
| 3.1      | Hardware . . . . .                                    | 7         |
| <b>4</b> | <b>Modellierung</b>                                   | <b>8</b>  |
| 4.1      | Aufstellen der Systemgleichung . . . . .              | 8         |
| 4.2      | Linearisierung . . . . .                              | 8         |
| 4.3      | Aufstellen der Transferfunktion . . . . .             | 8         |
| 4.4      | Parameterliste . . . . .                              | 9         |
| <b>5</b> | <b>Regelungstechnische Grundlagen</b>                 | <b>10</b> |
| 5.1      | Das Nyquist Theorem . . . . .                         | 10        |
| 5.2      | Einschränkungen für die Durchtrittsfrequenz . . . . . | 10        |
| 5.2.1    | Einschränkungen durch instabile Pole . . . . .        | 10        |
| 5.2.2    | Einschränkungen durch Totzeiten . . . . .             | 10        |
| 5.3      | Der PID-Regler . . . . .                              | 11        |
| 5.3.1    | Differentiator . . . . .                              | 11        |
| 5.3.2    | Integrator . . . . .                                  | 11        |
| 5.3.3    | Lead- und Lag-Elemente . . . . .                      | 12        |

# 1 Einleitung

Bei diesem Praktikumsversuch handelt es sich um die Regelung eines Pendels, welches direkt an einem Motor befestigt ist. Das gewählte System mag auf den ersten Blick etwas unspektakulär erscheinen, besitzt aber dafür entscheidende Vorteile:

- Das System ist mit nur einem Freiheitsgrad, einem Input und einem Output denkbar einfach gewählt. Aus diesem Grund ist die komplette Systemdynamik leicht verständlich und auch vorhersehbar.
- Zum Verständnis der Systemdynamik ist es sinnvoll, das System selbst zu modellieren. Wegen des einen Freiheitsgrades ist es weder schwer noch zeitaufwendig mit dem Wissen aus Mechanik 3 die Systemgleichungen aufzustellen und diese zu linearisieren.
- Da es sich um ein simples mechanisches System handelt, verhält sich die Realität fast genauso wie ein korrektes Modell. Mit mehr Freiheitsgraden oder auch nichtmechanischen Dynamiken, wäre dies weitaus weniger der Fall.

**Der Lerneffekt des gesamten Praktikums baut auf einer vorgegebenen Abfolge der Versuche auf. Wir bitten deshalb darum, nicht schon von Anfang an alle Reglerelemente zuzuschalten sondern sich weitgehend an den im GUI vorgegebenen Ablauf zu halten.**

# 2 Praktische Hinweise

## 2.1 Sicherheit

Der Motor besitzt eine hohe Leistung, was bei Systeminstabilität sehr schnell zu extremen Drehzahlen, starken Vibrationen und bei Unachtsamkeit auch zu Verletzungen führen kann. Aus diesem Grund verfügt der Systemaufbau über zwei Sicherheitsfunktionen:

1. **Operationsknopf.** Dieser Knopf muss, damit der Regelkreis geschlossen ist, gedrückt gehalten werden. Sobald er losgelassen wird, wird die Stromzufuhr zum Motor unterbrochen und das Pendel schwingt aus.
2. **Geschwindigkeitsbegrenzung.** Als zweite Absicherung ist softwaretechnisch eine Begrenzung der Winkelgeschwindigkeit von 35 rad/s eingebaut, die bei Erreichen dieses Wertes ebenfalls die Stromzufuhr unterbricht. Allerdings schaltet sich der Motor wieder an, sobald die Geschwindigkeit unter den kritischen Wert sinkt.

Trotz dieser Sicherheitsfunktionen müssen Punkte im Umgang mit dem Pendel beachtet werden:

1. **Keine Gegenstände im Pendelbereich.** Überprüft vor dem Anschalten des Motors, dass sich keine Gegenstände oder Kabel im Bereich des Pendels befinden.
2. **Manuelle Eingriffe.** Vermeidet unbedingt, das Pendel bei eingeschaltetem Motor zu berühren. Der Motor dreht so schnell, dass dies bei Instabilität zu Verletzungen führen kann. Ihr werdet im Verlauf des Praktikum aufgefordert, das scheinbar stabilisierte Pendel mit einem Stoss zu stören. Hierzu muss auf jeden Fall ein Gegenstand zum Beispiel ein Stift benutzt werden.

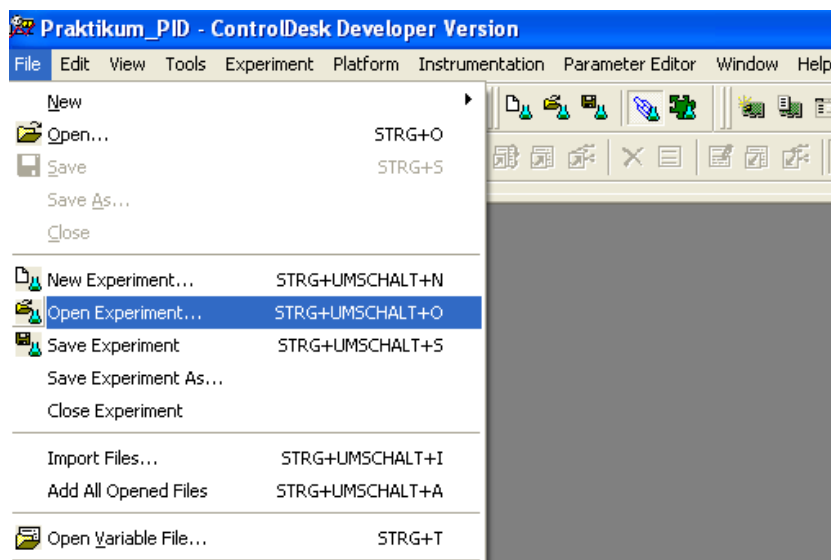
## 2.2 Systemstart

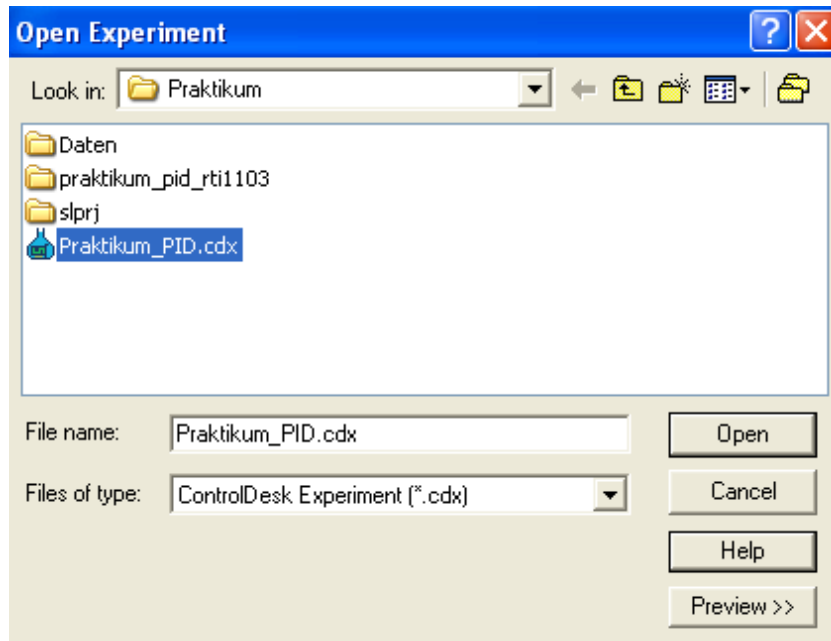
1. Computer anschalten, Assistenten sollen Passwort eingeben
2. kontrollieren, ob das Pendel senkrecht nach unten zeigt<sup>1</sup>
3. Pendel Hardware einschalten

---

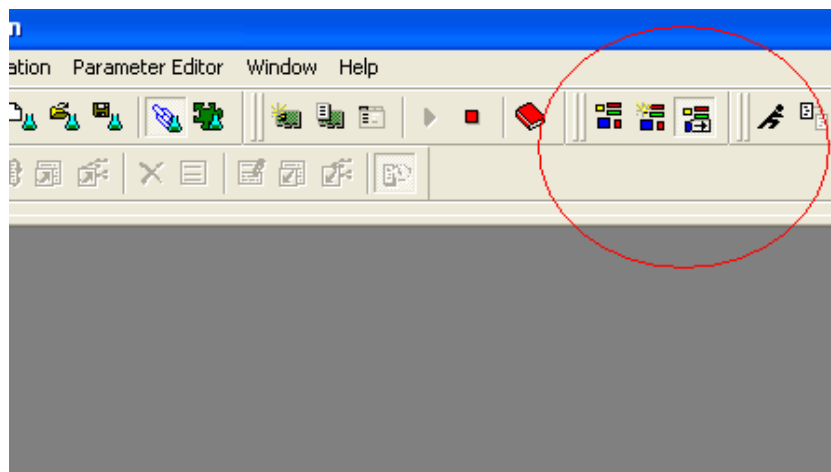
<sup>1</sup>Wenn der Encoder initialisiert wird, wird der aktuellen Position der Winkel  $-\pi$  zugewiesen. Damit das Koordinatensystem stimmt, muss das Pendel bei der Initialisierung senkrecht nach unten zeigen.

4. Matlab mit dektop-icon starten
5. warten bis „initializing“ Anzeige (in Matlab) verschwunden ist (Current Folder in Matlab soll nun C:/DATA/Ranger/Praktikum sein)
6. Parameter.m laufen lassen (Rechtsklick und dann run)
7. Simulink Modell „Praktikum PID“ öffnen, und STRG+B drücken. Nun wird das Modell auf die dSPACE-Karte geladen.
8. dSPACE Control desk mit dektop-icon starten
9. im dSPACE Control desk das Experiment „Praktikum PID“ (in C:/DATA/Ranger/Praktikum) öffnen.





10. in Operationsmodus wechseln



11. Wenn ihr nun den Operationsknopf drückt und den Sollwert verändert, läuft der Motor. Zum Ändern der Werte in den Eingabefeldern, muss anschliessend immer ENTER gedrückt werden.
12. GUI in Matlab öffnen: start.m in C:/DATA/RangerGUI laufen lassen (Rechtsklick und dann run oder start im Command Window eingeben)

## 2.3 Umgang mit dem Pendel

### Reset

Im Verlauf des Praktikums wird es immer wieder passieren, dass das Pendel instabil wird, durchdreht und sehr schnell dreistellige Winkel erreicht. Wenn der Operationsknopf losgelassen wird, schaltet zwar der Motor ab, das Pendel dreht aber dennoch einige Zeit weiter. Wir empfehlen folgendes Vorgehen:

1. Operationsknopf loslassen
2. Alle Reglerelemente insbesondere den Integrator ausschalten.
3. Totzeit auf 0 zurücksetzen.
4.  $K_p$  kleiner als 20 ,  $K_d$  zwischen 1 und 2 wählen.
5. Differentiator wieder anschalten
6. Operationsknopf gedrückt halten bis Pendel auf der Sollposition ist.

### Motortemperatur

Der Motor kann vor allem durch schnelles Schwingen heisslaufen. Fühlt ab und zu die Motortemperatur, und meldet es dem Assistenten, sobald diese zu hoch wird.

## 2.4 Verwendung des GUI

Für die Durchführung des Praktikums wird ein so genanntes GUI benutzt. Hinter dem Graphical User Interface steht ein komplexer MATLAB Code, was beim verwendeten PC zu längeren Ladezeiten der einzelnen Seiten und Diagrammen führt. Am schnellsten geht es trotzdem, wenn man nur einmal klickt und kurz wartet.

The screenshot shows a MATLAB GUI window titled "seite3". On the left, there is a text area with the following content:

**I-Anteil:**  
Jetzt soll ein PI-Regler getestet werden. Der I-Teil hat die Eigenschaft den Regelfehler mit der Zeit aufzuintegrieren. Dieses Integral wird dann mit dem Faktor  $K_i$  multipliziert und das Ergebnis ist der Wert der Inputspannung. Je länger also ein Regelfehler vorhanden ist, desto größer wird das Motormoment. Abgebaut wird das Integral nur, wenn der Fehler eine gewisse Zeit lang in die andere Richtung geht und damit ein anderes Vorzeichen hat. Der I-Teil schaut in die Vergangenheit.  
Allerdings beeinflusst der I-Anteil die Stabilität negativ.

Diese Eigenschaft können wir jetzt ausnutzen. Bei einem P-Regler war es nicht möglich das Pendel in einer instabilen Lage zu halten, da sobald der Fehler klein wurde, auch das Moment wieder kleiner wurde. Der I-Anteil wird jetzt also solange das Moment erhöhen, bis der Sollwert erreicht ist. Es bleibt also kein stationärer Nachlauffehler.  
Vorgehen: Schaltet jetzt den I-Anteil ein und verändert den Wert  $K_i$ .

Wenn ihr es verstanden habt, versucht mit dem Wissen aus den ersten Aufgaben iterativ einen möglichst guten PID-Regler zu entwerfen.  
Wenn ihr ihn gefunden habt, dann gebt die Werte unten ein.

Below the text are three input fields for  $K_p$ ,  $K_i$ , and  $K_d$ , each with a corresponding label above it. At the bottom are two buttons: "<< zurück" and "weiter >>".

On the right side of the GUI, there is a plot showing a step response of a system. The plot has a red shaded area under the curve, indicating a specific region of interest. Below the plot is the equation:  $K_i * \int e(t) dt \rightarrow \text{Spannung} \rightarrow \text{System}$ .

Below the equation is a block diagram of a control system. The diagram shows an "Input" block feeding into a summing junction. The summing junction has three inputs:  $K_p$ ,  $K_i$ , and  $K_d$ . The output of the summing junction goes into an "Integrator" block (labeled  $\frac{1}{s}$ ). The output of the integrator goes into a "Rangier" block. The output of the "Rangier" block goes into a "Derivative" block (labeled  $\frac{d}{dt}$ ). The output of the derivative block goes back into the summing junction. The output of the "Rangier" block is labeled "Eingang: Spannung" and "Winkel". The output of the "Derivative" block is labeled "Output".

# 3 Hardware und Software

Figur 3.1 stellt eine Skizze des Versuchsaufbaus dar.

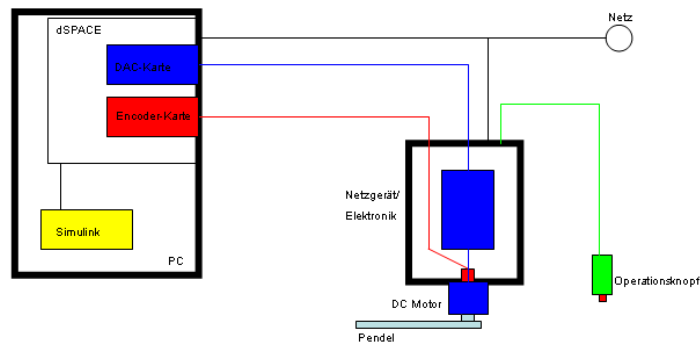


Abbildung 3.1: Hardwareaufbau

## 3.1 Hardware

Im Wesentlichen besteht der Versuchsaufbau aus den folgenden Komponenten:

- Motor mit Pendel
- Verstärker und Netzgerät, die beide im schwarzen Blechkasten untergebracht sind.
- dSPACE-Karte. Hierbei handelt es sich um eine (sehr teure) Karte mit integriertem Prozessor. Wegen der extrem hohen Rechengeschwindigkeit ist es möglich, die eingelesenen Daten (Position, Geschwindigkeit) direkt mit einem geladenen Simulinkmodell zu verarbeiten und die entsprechenden Spannungen auszugeben. Auf diese Weise ist eine nahezu analoge Regelung des Systems möglich, und somit kein Einlesen von diskretisierten Werten mittels C-Code nötig.



# 4 Modellierung

## 4.1 Aufstellen der Systemgleichung

Zur Reglerauslegung und zur Simulation benötigt man ein genaues Modell der Strecke. Zur Herleitung der Differentialgleichungen des Systems, verwendet man am einfachsten den Drallsatz bezüglich des Aufhängepunktes.

$${}_0\Theta_{ges}\ddot{\varphi} = \sum M_i \quad (4.1)$$

Es dürfen folgende Approximationen getroffen werden:

- **Lineare Dämpfung.** Der Dämpfungskoeffizient beinhaltet sowohl die mechanische Reibung, als auch die Motordynamik. Der Term ist vor allem wegen dem Übergang von Haft- zu Gleitreibung nicht linear, kann aber mit ausreichender Genauigkeit als linear angenommen werden.
- **Motordynamik.** Das erzeugte Motormoment kann wie folgt eingeführt werden:

$$M_{Motor} = k_m U \quad (4.2)$$

wobei U der numerische Input auf der Benutzeroberfläche ist.

## 4.2 Linearisierung

Um eine Übertragungsfunktion aufstellen zu können, muss die Differentialgleichung noch linearisiert werden. Man approximiert also die nichtlinearen Terme der Gleichung mit

$$f(x) = f(x_0) + \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x_0} \cdot (x - x_0) \quad (4.3)$$

wobei  $x_0$  die Gleichgewichtslage und  $(x - x_0)$  die Abweichung von dieser ist.

## 4.3 Aufstellen der Transferfunktion

Als letzter Schritt zur Transferfunktion muss die linearisierte Gleichung Laplace-transformiert werden. Die Ableitungsregel lautet:

$$\dot{x} \xrightarrow{L} s x - x_0 \quad (4.4)$$

Ausklammern von Input und Output führt nun zur Transferfunktion

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (4.5)$$

## 4.4 Parameterliste

| Parameter      |                          |   |
|----------------|--------------------------|---|
| $M_{grav}$     | 0.2747 Nm                | Moment durch Gravitationskraft                                  |
| $k_m$          | 0.05282 Nm               | Proportionalitätskonstante zwischen Eingabefeld und Motormoment |
| $\Theta_{ges}$ | 0.00565 Nms <sup>2</sup> |   |
| $d$            | 0.005 Nms                | linearer Dämpfungskoeffizient                                   |

Tabelle 4.1: Parameterliste

# 5 Regelungstechnische Grundlagen

## 5.1 Das Nyquist Theorem

Das Nyquist Theorem erlaubt es uns durch Analyse der Kreisverstärkung (loop gain) Aussagen über die Stabilität des geschlossenen Regelkreises (closed loop) zu machen. Das ist enorm hilfreich, unter anderem weil Matlab nicht den closed loop eines Systems mit Totzeit bilden kann, vor allem aber weil der loop gain linear vom Regler abhängt und so sehr effizient manipuliert werden kann.

Das Nyquist Theorem:

Wenn  $\rho$  die Anzahl instabiler Pole (Realteil  $< 0$ ) und  $\sigma$  die Anzahl grenzstabiler Pole (Realteil  $= 0$ ) des loop gains ist, dann und nur dann ist der closed loop asymptotisch stabil wenn für die Anzahl Umrundungen  $\gamma$  (mathematisch positiv) des loop gains um die -1 gilt:

$$\gamma = \rho + \frac{\sigma}{2} \quad (5.1)$$

## 5.2 Einschränkungen für die Durchtrittsfrequenz

Die Durchtrittsfrequenz (crossover frequency)  $\omega_c$  ist die Frequenz bei der gilt:  $\|L(j\omega_c)\| = 1$  wobei  $L(s)$  der loop gain ist.  $L(s) = P(s) \cdot C(s)$

### 5.2.1 Einschränkungen durch instabile Pole

Instabile Pole  $\pi_+$  stellen eine untere Grenze für die Durchtrittsfrequenz  $\omega_c$  dar. Eine Strecke ohne Modellunsicherheit kann nur stabilisiert werden, wenn gilt:

$$\omega_c > \pi_+ \quad (5.2)$$

### 5.2.2 Einschränkungen durch Totzeiten

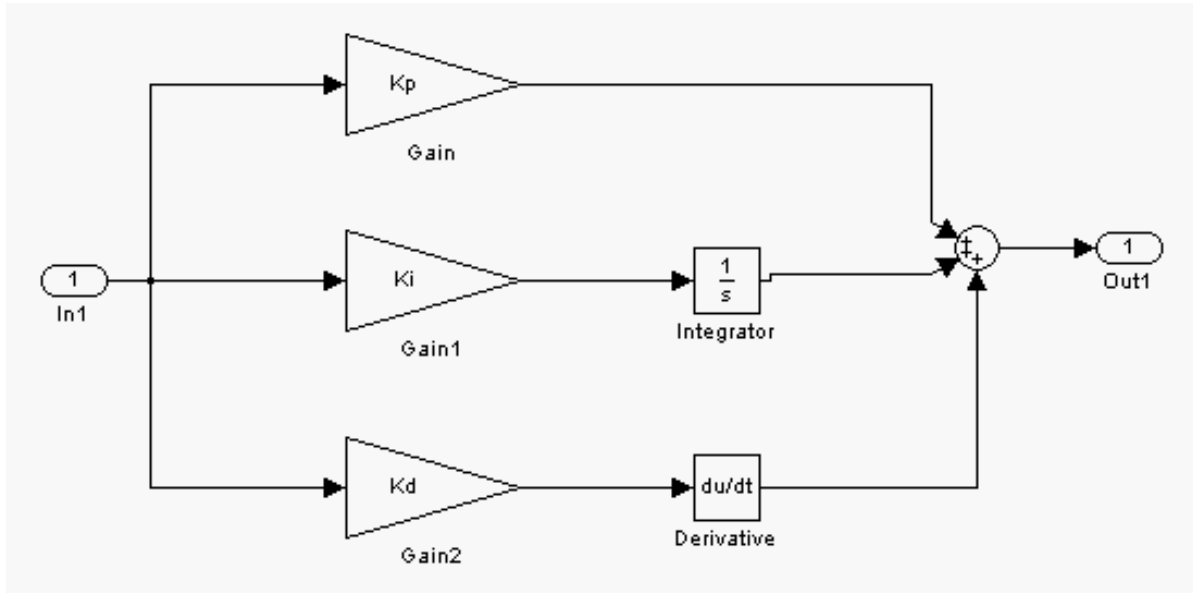
Totzeiten  $T$  stellen eine obere Grenze für die Durchtrittsfrequenz  $\omega_c$  dar. Da bei hohen Frequenzen die Phase stark abfällt darf dort die Verstärkung nicht mehr gross sein. Der Durchtritt muss vor dem Phasenabfall erfolgen.

Eine Strecke mit Totzeit kann nur stabilisiert werden, wenn gilt:

$$\omega_c < \frac{1}{T} \quad (5.3)$$

## 5.3 Der PID-Regler

Der PID-Regler ist aus einem Proportionalverstärker, einem Integrator und einem Differentiator aufgebaut, die parallel geschaltet sind und nach Belieben gewichtet werden können.



### 5.3.1 Differentiator

Der Differentiator ist für eine Dämpfung des Einschwingvorgangs verantwortlich, womit die Einschwingdauer wesentlich reduziert wird.

Problematisch wird das D-Element, sobald grosse Sollsprünge und hohe Frequenzen (z.B. Rauschen) auftreten, da bei der Ableitung dieser Kurven sehr hohe Werte entstehen. Bei hoher Verstärkung des D-Anteils führt dies zu einer Zitterbewegung und zu Geräusentwicklung. Dieser Effekt wird durch mehrere seriell geschaltete Differentiatoren noch weiter verstärkt. In der Praxis werden reale anstelle von idealen Differentiatoren verwendet. Die realen Differentiatoren enthalten einen seriellen Tiefpass, der die Verstärkung der hohen Frequenzen unterdrückt.

### 5.3.2 Integrator

Der Integrator ist für die Beseitigung des stationären Nachlauffehlers zuständig. Wenn der Fehler nur noch sehr klein ist, gibt der P-Anteil nur noch Spannungen aus, die für eine weitere Bewegung zu klein sind. Da der Fehlerwert nun konstant bleibt, gibt auch der D-Anteil keine Spannungen mehr aus. Der Integrator hat in diesem Moment aber noch die Summe aller Fehlerwerte gespeichert, was einer Aufintegration der Fehlerfunktion entspricht, und gibt immer noch ein Ausgangssignal.

Dies verursacht allerdings auch stärkeres Überschwingen und kann wegen dem zusätzlichem Phasenabfall zu Instabilität führen.

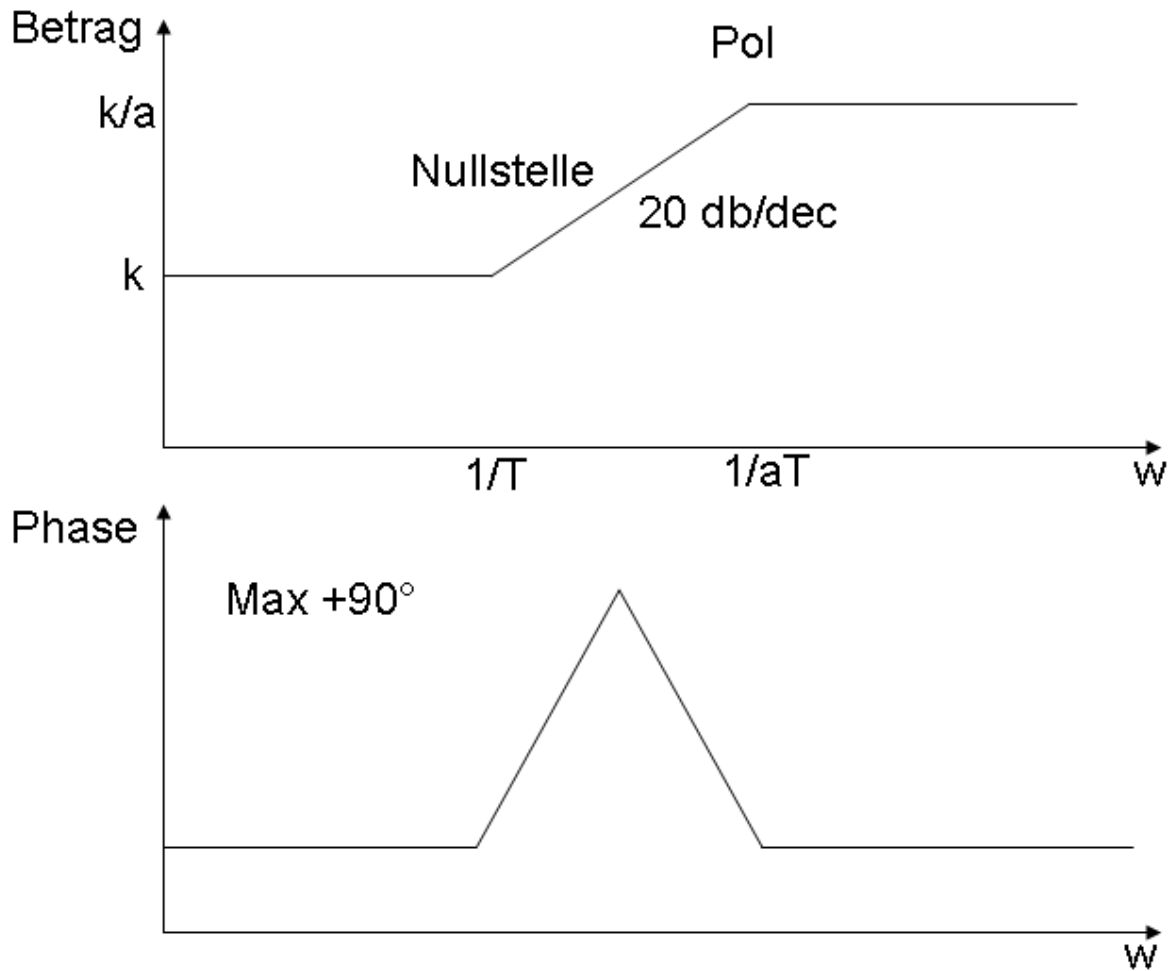
Wenn das Pendel weit von der Sollposition entfernt ist, füllt sich der Integrator immer weiter. Dies führt zu starkem Überschwingen, so dass es fast unmöglich ist das System in die Ausgangslage zurück zubringen. Aus diesem Grund sollte man hierfür den Integrator ausschalten und erst wieder anschalten, wenn sich das System im Bereich der Sollposition befindet. Der Integrator wird durch die Betätigung des Operationsknopfes oder durch An- und Ausschalten auf Null zurückgesetzt.

### 5.3.3 Lead- und Lag-Elemente

Lead- und Lag-Elemente werden im Loopshaping benutzt, um an einer bestimmten Stelle einen Phasenanstieg (Lead) oder einen Phasenabfall (Lag) des Loopgain hervorzurufen. Dies ist zwar durch Bodes Law auch mit einem Betragsanstieg bzw. -abfall verbunden, allerdings tritt dieser erst etwas später auf und ist so weniger schädlich.

Ein Lead-Element ist eine Serienschaltung einer minimalphasigen Nullstelle und eines stabilen Pols. Die Eckfrequenz der Nullstelle ist etwas niedriger, so dass der Betrag angehoben wird, bis die Wirkung des Pols den weiteren Anstieg wieder neutralisiert. Zwischen den zwei Elementen kann die Phase also maximal  $+90\text{Grad}$  erreichen.

$$C_{Lead}(s) = k \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts} \quad (5.4)$$



für die Umrechnung gilt.

$$\alpha = \frac{1 - \tilde{\varphi}}{1 + \tilde{\varphi}} \quad (5.5)$$

$$T = \frac{1}{\tilde{\omega} \sqrt{\alpha}} \quad (5.6)$$

wobei  $\tilde{\omega}$  die Frequenz am Maximum der Phase und  $\tilde{\varphi}$  die gewünschte Phase ist.

Ein Lag-Element funktioniert identisch, nur dass hier die Wirkung des Pols vor der der Nullstelle beginnt. Es gilt also  $\alpha > 1$ .