

Automatic Control Laboratory, ETH Zürich Prof. J. Lygeros

Manual prepared by: M. Osswald, S. Richter, A. Zgraggen Revision from: 7. März 2022

If A Fachpraktikum - Experiment 2.6 :

Regelung eines Helikopter-Modells

Freifliegende Helikopter haben sechs Freiheitsgrade und sind dementsprechend schwierig zu regeln. Am IfA steht ein Helikoptermodell, das auf einem Stativ befestigt ist und daher nur noch zwei Freiheitsgrade hat. Ziel dieses Versuches ist es, diese beiden Freiheitsgrade des Helikoptermodells mit einem Regler zu stabilisieren.

Da die Bewegungen um die beiden freien Achsen nicht voneinander unabhängig sondern über die Reaktionsmomente der beiden Propeller gekoppelt sind, handelt es sich beim Helikoptermodell um ein (nichtlineares) MIMO-System. Um dieses System mit den Methoden aus der Vorlesung Regelsysteme in den Griff zu bekommen, wird zuerst eine Linearisierung durchgeführt. Eine Inspektion des Modells wird auch zeigen, dass das System mit zwei SISO-Reglern problemlos geregelt werden kann. Die Auslegung der Regler erfolgt schliesslich nach den aus der Vorlesung bekannten Kompensationsmethoden. Für die Implementation der entworfenen Regler wird ein Ethernet basiertes Steuerungssystem der Firma B&R Automation verwendet.

Bei diesem Versuch geht es auch darum, den systematischen Entwurfsvorgang für Regelungen aus der Vorlesung Regelsysteme einzuüben, und dort kennengelernte Entwurfsverfahren konkret anzuwenden.

Dieser Versuch erfordert eine sorgfältige Vorbereitung zu Hause. Zögern Sie daher nicht, bei Unklarheiten bereits während der Vorbereitung einen der Betreuer zu kontaktieren.

Für die Vorbereitung sind Simulink-Modelle und Matlab m-Files erforderlich. Sie können unter http://people.ee.ethz.ch/~ifa-fp/wikimedia/images/b/b9/IfA_2-6_matlab.zip heruntergeladen werden. Die Files heissen:

Helipar.m	Enthält alle benötigten Paramter des Helikopters
Heli_Sim.mdl	Simulink Modell des nichtlinearen Helikopters
HeliTest.m	Skript für die Prüfung des nichtlinearen Modells
reduce.m	Hilfsskript zur Vereinfachung von Übertragungsfunktionen.
Folgende Files we	rden erst am Praktikumsnachmittag benötigt:
Heli_data_log.	m Lädt die Kurvenverläufe direkt vom Steuerungssystem in den Matlab Workspace.

Inhaltsverzeichnis

1.1 Bezeichnungen 4 1.2 Versuchsanordnung 5 1.2.1 Das Helikopter-Modell 5 1.2.2 Das Steuerungssystem 5 1.2.3 Aktoren und Sensoren 5 1.3 Differentialgleichungen des Modells 6 2 Theoretische Aufgaben 8 2.1 Linearisierung der Differentialgleichungen 8 2.2 Reglerentwurf 10 Aufgabe 1: Modellierung 10 Aufgabe 2: Linearisierung 10 Aufgabe 3: Nichtlineares Modell 11 Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells 11 Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 11 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12:
1.2 Versuchsanordnung 5 1.2.1 Das Helikopter-Modell 5 1.2.2 Das Steuerungssystem 5 1.2.3 Aktoren und Sensoren 5 1.3 Differentialgleichungen des Modells 6 2 Theoretische Aufgaben 8 2.1 Linearisierung der Differentialgleichungen 8 2.2 Reglerentwurf 10 Aufgabe 1: Modellierung 10 Aufgabe 2: Linearisierung 10 Aufgabe 3: Nichtlineares Modell 11 Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells 11 Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 11 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 7: Robustheit 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12:
1.2.1 Das Helikopter-Modell 5 1.2.2 Das Steuerungssystem 5 1.2.3 Aktoren und Sensoren 5 1.3 Differentialgleichungen des Modells 6 2 Theoretische Aufgaben 8 2.1 Linearisierung der Differentialgleichungen 8 2.2 Reglerentwurf 10 Aufgabe 1: Modellierung 10 Aufgabe 2: Linearisierung 10 Aufgabe 2: Linearisierung 10 Aufgabe 3: Nichtlineares 10 Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells 11 Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 11 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 7: Robustheit 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 <
1.2.2 Das Steuerungssystem 5 1.2.3 Aktoren und Sensoren 5 1.3 Differentialgleichungen des Modells 6 2 Theoretische Aufgaben 8 2.1 Linearisierung der Differentialgleichungen 8 2.2 Reglerentwurf 10 Aufgabe 1: Modellierung 10 Aufgabe 2: Linearisierung 10 Aufgabe 3: Nichtlineares Modell 11 Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells 11 Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 11 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 7: Robustheit 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Mauneller Betrieb 15
1.2.3 Aktoren und Sensoren 5 1.3 Differentialgleichungen des Modells 6 2 Theoretische Aufgaben 8 2.1 Linearisierung der Differentialgleichungen 8 2.2 Reglerentwurf 10 Aufgabe 1: Modellierung 10 Aufgabe 2: Linearisierung 10 Aufgabe 3: Nichtlineares Modell 11 Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells 11 Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 11 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 7: Robustheit 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15
1.3 Differentialgleichungen des Modells 6 2 Theoretische Aufgaben 8 2.1 Linearisierung der Differentialgleichungen 8 2.2 Reglerentwurf 10 Aufgabe 1: Modellierung 10 Aufgabe 2: Linearisierung 10 Aufgabe 3: Nichtlineares Modell 11 Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells 11 Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 11 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 3.3 Führungsverhalten 16
2Theoretische Aufgaben82.1Linearisierung der Differentialgleichungen82.2Reglerentwurf10Aufgabe 1:Modellierung10Aufgabe 2:Linearisierung10Aufgabe 3:Nichtlineares Modell11Aufgabe 4:Untersuchung des linearisierten Modells11Aufgabe 5:Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit11Aufgabe 6:Lead-Kompensator für die vertikale Achse12Aufgabe 7:Robustheit12Aufgabe 8:Lead-Kompensator für die horizontale Achse12Aufgabe 9:Simulation in Simulink133Praktische Aufgaben143.1Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung14Aufgabe 10:Inbetriebnahme des Steuerungssystems14Aufgabe 11:Bedienung des GUI14Aufgabe 12:Manueller Betrieb153.2Implementation und Feinabstimmung15Aufgabe 13:Automatischer Betrieb153.3Führungsverhalten16Aufgabe 15:Führungsverhalten16
2.1 Linearisierung der Differentialgleichungen 8 2.2 Reglerentwurf 10 Aufgabe 1: Modellierung 10 Aufgabe 2: Linearisierung 10 Aufgabe 3: Nichtlineares Modell 11 Aufgabe 3: Nichtlineares Modell 11 Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells 11 Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 11 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 7: Robustheit 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 15 3.3 Führungsverhalten 16
2.2 Reglerentwurf 10 Aufgabe 1: Modellierung 10 Aufgabe 2: Linearisierung 10 Aufgabe 3: Nichtlineares Modell 11 Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells 11 Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 11 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 7: Robustheit 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
Aufgabe 1: Modellierung 10 Aufgabe 2: Linearisierung 10 Aufgabe 3: Nichtlineares Modell 11 Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells 11 Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 11 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 7: Robustheit 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1< Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung
Aufgabe 2: Linearisierung 10 Aufgabe 3: Nichtlineares Modell 11 Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells 11 Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 11 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 7: Robustheit 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten 16
Aufgabe 3: Nichtlineares Modell 11 Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells 11 Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit 11 Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 7: Robustheit 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten 16
Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells11Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit11Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse12Aufgabe 7: Robustheit12Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse12Aufgabe 9: Simulation in Simulink133 Praktische Aufgaben143.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung14Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems14Aufgabe 11: Bedienung des GUI14Aufgabe 12: Manueller Betrieb153.2 Implementation und Feinabstimmung15Aufgabe 13: Automatischer Betrieb153.3 Führungsverhalten16Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe16
Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit11Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse12Aufgabe 7: Robustheit12Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse12Aufgabe 9: Simulation in Simulink133 Praktische Aufgaben143.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung14Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems14Aufgabe 11: Bedienung des GUI14Aufgabe 12: Manueller Betrieb153.2 Implementation und Feinabstimmung15Aufgabe 13: Automatischer Betrieb153.3 Führungsverhalten16Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe16
Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse 12 Aufgabe 7: Robustheit 12 Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
Aufgabe 7: Robustheit12Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse12Aufgabe 9: Simulation in Simulink133 Praktische Aufgaben143.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung14Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems14Aufgabe 11: Bedienung des GUI14Aufgabe 12: Manueller Betrieb153.2 Implementation und Feinabstimmung15Aufgabe 13: Automatischer Betrieb153.3 Führungsverhalten16Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe16
Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse 12 Aufgabe 9: Simulation in Simulink 13 3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
Aufgabe 9: Simulation in Simulink133 Praktische Aufgaben143.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung14Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems14Aufgabe 11: Bedienung des GUI14Aufgabe 12: Manueller Betrieb153.2 Implementation und Feinabstimmung15Aufgabe 13: Automatischer Betrieb15Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung153.3 Führungsverhalten16Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe16
3 Praktische Aufgaben143.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung14Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems14Aufgabe 11: Bedienung des GUI14Aufgabe 12: Manueller Betrieb153.2 Implementation und Feinabstimmung15Aufgabe 13: Automatischer Betrieb15Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung153.3 Führungsverhalten16Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe16
3 Praktische Aufgaben 14 3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung 14 Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung 15 Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems 14 Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
Aufgabe 11: Bedienung des GUI 14 Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
Aufgabe 12: Manueller Betrieb 15 3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
3.2 Implementation und Feinabstimmung 15 Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
Aufgabe 13: Automatischer Betrieb 15 Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung 15 3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
3.3 Führungsverhalten 16 Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe 16
4 Schlussdiskussion 17
Lesson Learned 1: Dezentrale Regelung 17
Lesson Learned 2: Eingangsbeschränkung 17
Lesson Learned 3: Lead Kompensation beim Helikopter 17
Aufgabe 16: Abschluss der Arbeiten 17
A Parameter 18
A.1 Das Motorbrückenmodul
A.2 Propeller
A.3 Massenträgheitsmoment des Hauptrotors
A.4 Massenträgheitsmoment des Heckrotors

. 20
. 20
. 21
. 21
. 21
. 22
24
. 24
. 25
. 26
. 26
. 27
29
. 29
. 30
. 30
. 31

Kapitel 1

Problemstellung und Modellierung

1.1 Bezeichnungen



Abbildung 1.1: Das Helikoptermodell.

Man beachte, dass in diesem Bericht folgende Winkelbezeichnungen äquivalent benutzt werden:

ϕ_H	=	ϕ	Winkel um die horizontale Achse (positive Richtung im UZS (siehe Abb. 1.1))
ϕ_V	=	ψ	Winkel um die vertikale Achse (positive Richtung im Gegen-UZS (siehe Abb. 1.1))

Die Labor-Einrichtung besteht aus einem mechanischen Teil, des im Sockel darunter eingebauten Steuerungssystem für die Regelung der beiden Motoren sowie einem PC für den Reglerentwurf und die Kommunikation mit dem Steuerungssystem.

Der Käfig ist zu Ihrem Schutz da, also bitte nicht ohne ihn fliegen !

1.2 Versuchsanordnung

Im folgenden Kapitel wird die Versuchsanordnung beschrieben. Dies beinhaltet eine Beschreibung des Modells und eine Auflistung der verwendeten Aktoren und Sensoren sowie deren Eigenschaften und Einschränkungen.

1.2.1 Das Helikopter-Modell

Das Ziel dieses Versuches ist der Entwurf eines Positionsreglers für die horizontale und vertikale Lage des Rumpfes (vgl. Abbildung 1.1). Das Helikopter-Modell stellt ein MIMO System dar mit zwei Eingängen und zwei Ausgängen. Die Stellgrössen sind die beiden Spannungen am Heckrotor und am Hauptrotor. Als Messgrössen stehen die Winkel ϕ und ψ zur Verfügung.

Um den Reglerentwurf durchführen zu können, brauchen wir zuerst ein mathematisches Modell der Strecke. Für die Herleitung des Modells kann grundsätzlich auf zwei Arten vorgegangen werden:

- 1. Durch Verwendung physikalischer Gesetze werden die Gleichungen aufgestellt, welche das System beschreiben (Modellierung).
- 2. Man passt eine mathematische System-Beschreibung an Messungen an, die an der Strecke durchgeführt wurden (Identifikation).

Für den Helikopter wurde der erste Weg gewählt. In Anhang A und B ist eine detaillierte Beschreibung der benötigten Parameter und die Modellierung angegeben. Die wichtigsten Parameter der Sensoren und Aktoren können in den folgenden Tabellen 1.1 und 1.2 gefunden werden.

1.2.2 Das Steuerungssystem

Sowohl die Winkelmessung als auch die Regelung der Motoren erfolgt über ein kompaktes Steureungssystem welches über eine Ethernetschnittstelle konfiguriert werden kann. Das Steuerungssystem (X20 CP1484) besteht aus einer Intel Celeron basierten CPU mit diversen Schnittstellen und den folgenden Modulen (der Reihe nach von links nach rechts des Steuerungssystems aufgelistet):

- Analoges Eingangsmodul (AI2622) zur Erfassung der Bewegungen des Handsteuergebers
- Motorbrückenmodul (MM4456) für die Speisung der beiden Motoren mittels PWM-Signal
- Analoges Eingangsmodul (Ai2622) für die Winkelmessung
- Einspeisemodul (PS4951) für die Versorgung der Potentiometer.

1.2.3 Aktoren und Sensoren

Die Speisung des Haupt- und Heckmotors erfolgt mittels PWM-Signalen über das Motorbrückenmodul. Das Modul ist auf einen maximalen Strom von 6 A begrenzt, kann aber kurzzeitig (2s) 10 A liefern.

Verstärkungsfaktor	±1
Ausgangspannung (Hauptmotor)	$\pm 16\mathrm{V}$
Ausgangspannung (Heckmotor)	$\pm 8\mathrm{V}$
Strombegrenzung	$\pm 6\mathrm{A}$
Strombegrenzung (kurzzeitig 2 s)	$\pm 10 \mathrm{A}$

Tabelle 1.1: Parameter des Motorbrückenmoduls

Beachten Sie, dass dies relativ gering ist und daher beim Reglerentwurf berücksichtigt werden sollte. Die weiteren Beschränkungen sind in der Tabelle 1.1 aufgeführt.

Unter der Annahme, dass die Periode der Pulsweitenmodulation sehr klein gewählt wird kann das Motorbrückenmodul als dynamikfreier, begrenzter Verstärker mit ± 16 V (Hauptmotor) resp. ± 8 V (Heckmotor) und ± 6 A (kurzzeitig ± 10 A) modelliert werden.

Zur Winkelmessung wurde auf beiden Achsen ein Potentiomoter angebracht. Die Winkel haben auch Anschläge, d.h. der Helikopter kann sich beispielsweise nicht beliebig um die vertikale Achse drehen. Tabelle 1.2 fasst die Spezifikationen der Sensoren und deren Beschränkungen zusammen.

Horizontalachse:	$-60^{\circ} < \phi < 60^{\circ}$
	$U_{\phi} = k_{\phi}\phi$
	$k_{\phi} = 3.29 \mathrm{V/rad}$
Vertikalachse:	$-170^{\circ} < \psi < 170^{\circ}$
	$U_{\psi} = k_{\psi}\psi$
	$k_{\psi} = 3.36 \mathrm{V/rad}$

Tabelle 1.2: Parameter der Sensoren

1.3 Differentialgleichungen des Modells

Wir verwenden die folgenden Bezeichnungen für die Zustände:

- ω_R | Winkelgeschwindigkeit des Hauptrotors
- ϕ_H | Winkel des Rumpfes um die horizontale Achse
- ω_H | Winkelgeschwindigkeit des Rumpfes um die horizontale Achse
- ω_S | Winkelgeschwindigkeit des Heckrotors
- ϕ_V | Winkel des Rumpfes um die vertikale Achse
- ω_V | Winkelgeschwindigkeit des Rumpfes um die vertikale Achse

Die Eingangsgrössen haben folgende Bezeichnungen:

- U_R | Spannung zum Hauptrotor
- U_S | Spannung zum Heckrotor

Die Bedeutung und die approximativen numerischen Werte der übrigen Parameter können in Tabelle A.3 gefunden werden. Die Modellierung in Anhang B liefert folgende Differentialgleichungen für den Helikopter:

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{1}{\Theta_R} \left(\frac{c_{MR}}{R_R} \tilde{U}_R - \frac{c_{MR}c_{GR}}{R_R} \omega_R - k_{MR} \text{sign}(\omega_R) \omega_R^2 - c_{\mu R} \omega_R \right)$$
(1.1)

$$\frac{d\phi_H}{dt} = \omega_H \tag{1.2}$$

$$\frac{d\omega_H}{dt} = \frac{1}{\Theta_H} \left[-k_{FR} \mathrm{sign}(\omega_R) \omega_R^2 r_R + \frac{c_{MS}}{R_S} \tilde{U}_S - \frac{c_{MS} c_{GS}}{R_S} \omega_S + m_G g (r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H) - c_{\mu H} \omega_H - m_G \omega_V^2 (r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H) (r_V \cos \phi_H - r_H \sin \phi_H) + \omega_R \omega_V \Theta_R \sin \phi_H \right]$$
(1.3)

$$\frac{d\omega_S}{dt} = \frac{1}{\Theta_S} \left(\frac{c_{MS}}{R_S} \tilde{U}_S - \frac{c_{MS} c_{GS}}{R_S} \omega_S - k_{MS} \text{sign}(\omega_S) \omega_S^2 - c_{\mu S} \omega_S \right)$$
(1.4)

$$\frac{d\phi_V}{dt} = \omega_V \tag{1.5}$$

$$\frac{d\omega_V}{dt} = \frac{1}{\Theta_V} \left[k_{FS} \operatorname{sign}(\omega_S) \omega_S^2(r_S \cos \phi_H - r_V \sin \phi_H) - \frac{c_{MR}}{R_R} \tilde{U}_R \cos \phi_H + \frac{c_{MR} c_{GR}}{R_R} \omega_R \cos \phi_H - c_{\mu V} \omega_V + \omega_H \omega_R \Theta_R \sin \phi_H + 2m_G \omega_V \omega_H (r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H) (r_V \cos \phi_H - r_H \sin \phi_H) \right]$$
(1.6)

wobei

$$\Theta_V = \Theta_{zyl} + \Theta_{V_1} \cos^2 \phi_H + \Theta_{V_2} \sin^2 \phi_H + m_G \left(r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H \right)^2 \tag{1.7}$$

$$\tilde{U}_S = \operatorname{sat}(U_S) \tag{1.8}$$

$$\tilde{U}_R = \operatorname{sat}(U_R) , \qquad (1.9)$$

und

$$\operatorname{sat}(x) = \begin{cases} x & |x| \le u_{max} \\ u_{max} \cdot \operatorname{sign}(x) & |x| > u_{max} \end{cases}$$
(1.10)

Diese Gleichungen sind im Simulink-Modell Heli_Sim.mdl bereits codiert und stehen in elektronischer Form zur Verfügung.

Kapitel 2

Theoretische Aufgaben

Das folgende Kapitel dient zur Vorbereitung auf das Praktikum und sollte sorgfältig durchgearbeitet werden. Die darin aufgeführten Aufgaben sind vor dem Praktikumsnachmittag zu lösen und werden bei der Durchführung gebraucht.

2.1 Linearisierung der Differentialgleichungen

Man beachte, dass der Balken (.) über einer Grösse deren Gleichgewichtslage bezeichnet. Die Abweichung einer Grösse von der Gleichgewichtslage wird durch Voranstellen von Δ bezeichnet.

Die Bestimmung der Gleichgewichtslage für die Lageregelung $\overline{\phi_H} = \overline{\phi_V} = 0$ erfolgt aus den Gleichungen (1.1), (1.3), (1.4) und (1.6):

$$0 = \frac{c_{MR}}{R_R}\overline{U_R} - \frac{c_{MR}c_{GR}}{R_R}\overline{\omega_R} - k_{MR}\mathrm{sign}(\overline{\omega_R})\overline{\omega_R}^2 - c_{\mu R}\overline{\omega_R}$$

$$0 = -k_{FR}\mathrm{sign}(\overline{\omega_R})\overline{\omega_R}^2r_R + \frac{c_{MS}}{R_S}\overline{U_S} - \frac{c_{MS}c_{GS}}{R_S}\overline{\omega_S} + m_Ggr_H$$

$$0 = \frac{c_{MS}}{R_S}\overline{U_S} - \frac{c_{MS}c_{GS}}{R_S}\overline{\omega_S} - k_{MS}\mathrm{sign}(\overline{\omega_S})\overline{\omega_S}^2 - c_{\mu S}\overline{\omega_S}$$

$$0 = k_{FS}\mathrm{sign}(\overline{\omega_S})\overline{\omega_S}^2r_S - \frac{c_{MR}}{R_R}\overline{U_R} + \frac{c_{MR}c_{GR}}{R_R}\overline{\omega_R}$$

$$(2.1)$$

Die Gleichgewichtswerte, die sich durch Lösen der Gleichungen (2.1) ergeben sind:

$$\overline{U_R} = 7.033 \text{ V}$$

$$\overline{U_S} = 4.343 \text{ V}$$

$$\overline{\omega_R} = 202 \text{ rad/s}$$

$$\overline{\omega_S} = 301.7 \text{ rad/s}.$$
(2.2)

In der horizontalen Lage des Helikopters wurden folgende Rotor-Spannungen und Ströme gemessen:

$$\overline{U_R} = 6.8 \text{ V}$$

$$\overline{U_S} = 3.6 \text{ V}$$

$$\overline{i_R} = 1.5 \text{ A}$$

$$\overline{i_S} = 0.8 \text{ A}$$
(2.3)

Diese Werte weichen leicht von den berechneten ab. Die Ursache dieser Abweichung liegt in den nur approximativ bekannten Parametern des Systems. Die weiteren Gleichgewichtswerte lauten:

$$\overline{\omega_R} = 195 \text{ rad/s}$$

$$\overline{\phi_H} = 0$$

$$\overline{\omega_H} = 0$$

$$\overline{\omega_S} = 290 \text{ rad/s}$$

$$\overline{\phi_V} = 0$$

$$\overline{\omega_V} = 0$$
(2.4)

wobei:

$$U_{R} = U_{R} + \Delta U_{R}$$

$$U_{S} = \overline{U_{S}} + \Delta U_{S}$$

$$\omega_{R} = \overline{\omega_{R}} + \Delta \omega_{R}$$

$$\omega_{S} = \overline{\omega_{S}} + \Delta \omega_{S}$$
(2.5)

Im Folgenden wird das System linearisiert um es auf die Zustandsraumdarstellung

$$\frac{\dot{x}}{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \mathbf{B}\underline{u}
\underline{y} = \mathbf{C}\underline{x}$$
(2.6)

zu bringen. Als Zustand/Input definieren wir hierzu die Vektoren

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \Delta \omega_R \\ \phi_H \\ \omega_H \\ \Delta \omega_S \\ \phi_V \\ \omega_V \end{bmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{bmatrix} \Delta U_R \\ \Delta U_S \end{bmatrix}.$$
(2.7)

Die physikalische Bedeutung der Zustandsgrössen lautet:

x_1	=	$\Delta\omega_R$	Abweichung der Winkelgeschwindigkeit des Hauptrotors	
			von ihrer Gleichgewichtslage	
x_2	=	ϕ_H	Winkel des Rumpfes um die horizontale Achse	
x_3	=	ω_H	Winkelgeschwindigkeit des Rumpfes um die horizontale Achse	
x_4	=	$\Delta\omega_S$	Abweichung der Winkelgeschwindigkeit des Heckrotors	
			von ihrer Gleichgewichtslage	
x_5	=	ϕ_V	Winkel des Rumpfes um die vertikale Achse	
x_6	=	ω_V	Winkelgeschwindigkeit des Rumpfes um die vertikale Achse	

Die physikalische Bedeutung der Eingangsgrössen lautet:

u_1	=	ΔU_R	Abweichung der Eingangsspannung am Motor des Hauptrotors
			von ihrer Gleichgewichtslage
u_2	=	ΔU_S	Abweichung der Eingangsspannung am Motor des Heckrotors
			von ihrer Gleichgewichtslage

Wir erhalten als ersten Schritt der Linearisierung die Matrizen

$$\mathbf{A}_{0} = \begin{bmatrix} -\frac{c_{MR}c_{GR}}{R_{R}} - 2k_{MR}\overline{\omega_{R}} - c_{\mu R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2k_{FR}r_{R}\overline{\omega_{R}} & m_{G}gr_{V} - c_{\mu H} & -\frac{c_{MS}c_{GS}}{R_{S}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{c_{MS}c_{GS}}{R_{S}} - 2k_{MS}\overline{\omega_{S}} - c_{\mu S} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_{MR}c_{GR}}{R_{R}} & -k_{FS}\overline{\omega_{S}}^{2}r_{V} & 0 & 2k_{FS}r_{S}\overline{\omega_{S}} & 0 - c_{\mu V} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{0} = \begin{bmatrix} \frac{c_{MR}}{R_{R}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_{MS}}{R_{S}} \\ 0 & 0 \\ -\frac{c_{MR}}{R_{R}} & 0 \end{bmatrix},$$

die noch durch die invertierte Diagonalmatrix der Trägheitsmomente

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \Theta_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_H & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Theta_{zyl} + \Theta_{V1} + m_G r_H^2 \end{bmatrix}$$

multipliziert werden, um die Dynamik- und Eingangsmatrix zu erhalten:

$$\mathbf{A} = \mathbf{\Theta}^{-1} \mathbf{A}_0$$
$$\mathbf{B} = \mathbf{\Theta}^{-1} \mathbf{B}_0.$$

Die Ausgangsmatrix ergibt sich zu

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \ k_{messH} \ 0 \ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ k_{messV} \ 0 \end{bmatrix},$$

wodurch folgende physikalische Bedeutung der Ausgangsgrössen gegeben ist:

- y_1 | Spannung aus Winkelsensor für ϕ_H
- y_2 | Spannung aus Winkelsensor für ϕ_V

2.2 Reglerentwurf

Die nachfolgenden Aufgaben führen schrittweise zu einem stabilen Regler, der nach dem Kompensationsprinzip entworfen wird. Weil der Entwurf möglicherweise am Praktikumsnachmittag modifiziert werden muss, empfehlen wir den Studenten, die entsprechenden Files selbst mitzubringen.

Aufgabe 1: Modellierung

Studieren Sie die Modellierung. Fassen Sie die getroffenen vereinfachenden Annahmen zusammen.

Aufgabe 2: Linearisierung

Verifizieren Sie die Ausdrücke des linearisierten Modells auf Seite 10, indem Sie die Differentialgleichungen auf Seite 7 um die Gleichgewichtslage $\overline{\phi_H} = 0$, $\overline{\phi_V} = 0$ linearisieren.

Aufgabe 3: Nichtlineares Modell

Nehmen Sie das nichtlineare Helikoptermodell Heli_Sim.mdl und geben Sie zuerst einen Schritt der Höhe 10 V auf den Hauptrotor. Nach 4 Sekunden geben Sie einen Schritt der Höhe 8 V auf den Heckrotor.

- 3.1) Erklären Sie die Kurvenverläufe der horizonzalen und vertikalen Achse. Beachten Sie das Vorzeichen der Antwort beim Schritt auf den Hauptrotor.
- 3.2) Versuchen Sie nun andere Schritthöhen und studieren Sie das Verhalten des Helikopters. Beobachten Sie, welche Auswirkungen die horizontale auf die vertikale Achse hat und umgekehrt.

Hinweis: Initialisieren Sie die Helikopter Parameter mit Helipar.m und verwenden Sie das Skript HeliTest.m um die Simulation zu starten, nachdem Sie die Schritte im Modell Heli_Sim.mdl konfiguriert haben.

Aufgabe 4: Untersuchung des linearisierten Modells

Untersuchen Sie das linearisierte Modell indem Sie folgende Punkte mit Matlab bearbeiten. Beachten Sie, dass mit dem File helipar.m die System-Matrizen von Seite 10 definiert werden.

- 4.1) Bestimmen Sie die Eigenwerte des linearisierten Systems.
- 4.2) Bestimmen Sie die Übertragungsmatrix G(s) des offenen linearisierten Systems.

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}}_{G(s)} \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}$$

Hinweise:

- Sie sollten für alle 4 Blöcke Übertragungsfunktionen 3. Ordnung erhalten. Als mögliches Hilfsmittel betrachten Sie die Matlab Funktionen ss2tf, minreal (Built-In Funktion in Matlab) und reduce (im zip-File auf Fachpraktikums-Website).
- Verwenden Sie den Befehl minreal mit einer Toleranz, die Sie solange erhöhen, bis Sie nur noch Übertragungsfunktionen 3. Ordnung erhalten.
- Für die Auslegung der Regler werden im folgenden die Übertragungsfunktionen $G_{11}(s), G_{22}(s)$ herangezogen. Achten Sie darauf, dass diese Übertragungsfunktionen positive Steady-State-Gain haben, nötigenfalls multiplizieren Sie einfach mit -1. Dieser Faktor muss jedoch am Ende des Reglerentwurfs in den Regler aufgenommen werden.

Achtung: Es ist wichtig, dass die Übertragungsfunktionen $G_{11}(s)$ und $G_{22}(s)$ auf Funktionen 3. Ordnung reduziert werden. So wird der instabile Pol von $G_{22}(s)$, der durch vereinfachte Modellierungsanahmen entstanden ist, wieder entfernt.

Aufgabe 5: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

- 5.1) Ist das linearisierte System steuerbar?
- 5.2) Ist das linearisierte System beobachtbar?

Aufgabe 6: Lead-Kompensator für die vertikale Achse

Legen Sie nun einen Lead-Kompensator für die ψ Achse aus. Die Bewegung des Helikopters um die ψ Achse soll möglichst wenig überschwingen (hohe Phasenreserve), darf dafür eine längere Anstiegszeit haben (kleine Durchtrittsfrequenz). Gehen Sie dabei folgendermassen vor:

- 6.1) Plotten Sie das Bode-Diagramm von $G_{22}(s)$.
- 6.2) Entwerfen Sie einen Lead-Kompensator

$$Gr_{\psi} = \frac{k_{R\psi}(\frac{1}{\omega_{E\psi}}s+1)}{(\frac{\alpha_{\psi}}{\omega_{E\psi}}s+1)}$$
(2.8)

welcher die Einhaltung folgender Spezifikationen für die UTF des offenen Kreises ermöglicht:

- Durchtrittsfrequenz $\leq 5 \frac{rad}{s}$
- Phasen reserve $\geq 40^\circ$
- $\alpha_{\psi} \geq 0.1$

Plotten Sie das Bode-Diagramm des offenen Kreises.

Tipp: Schreiben Sie ein Matlab m-file, in dem Sie mit allgemeinen Kompensator-Parametern rechnen können und iterieren Sie den Entwurf. Um die Phasenreserve bequemer ablesen zu können, verwenden Sie die Matlab-Funktion margin.

- 6.3) Berechnen Sie die Pole des geschlossenen Kreises.
- 6.4) Plotten Sie die Schrittantwort des geschlossenen Kreises.

Aufgabe 7: Robustheit

Ein stabiles System heisst *robust*, falls "kleine" Variationen seiner Parameter die Stabilität nicht beeinflussen. Beurteilen Sie die Robustheit des geschlossenen Kreises aus der vorherigen Aufgabe durch Betrachtung des Bode-Diagramms des offenen Kreises.

Aufgabe 8: Lead-Kompensator für die horizontale Achse

Legen Sie einen doppelten Lead-Kompensator für die ϕ Achse aus. Gehen Sie dabei folgendermassen vor:

8.1) Plotten Sie das Nyquist Diagramm von $G_{11}(s)$. Das erhaltene Diagramm entspricht dem einer Einheitsrückführung. Versuchen Sie abzulesen ob der geschlossene Regelkreis unter der Annahme einer Einheitsrückführung stabil ist. **Hinweis:** Da $G_{11}(s)$ instabil ist, wird der Reglerentwurf nicht im Bode Diagramm durchgeführt. 8.2) Finden Sie Parameter für den doppelten Lead-Kompensator

$$Gr_{\phi} = \frac{k_{R\phi} (\frac{1}{\omega_{E\phi}} s + 1)^2}{(\frac{\alpha_{\phi}}{\omega_{E\phi}} s + 1)^2} , \qquad (2.9)$$

welcher die Einhaltung folgender Spezifikationen für die UTF des offenen Kreises ermöglicht:

- Durchtrittsfrequenz zwischen 2 $\frac{rad}{s}$ und 15 $\frac{rad}{s}$
- Phasen reserve zwischen 20° und 40°
- $\alpha_{\phi} \ge 0.1$

Tipps:

- Beachten Sie, dass die Spannungen und der Strom des Motorbrückenmoduls limitiert sind! Berücksichtigen Sie dies in der Wahl der Verstärkung $k_{R\phi}$. (Vorschlag: $k_{R\phi} \leq 30$)
- 8.3) Berechnen Sie die Pole des geschlossenen Kreises.
- 8.4) Plotten Sie die Schrittantwort des geschlossenen Kreises.

Aufgabe 9: Simulation in Simulink

Simulieren Sie die beiden entworfenen Regler in Simulink. Nehmen Sie jeweils den Verlauf der beiden Winkel ϕ und ψ in einen Graphen auf.

Hinweis: Vergessen Sie nicht, den Faktor -1, den Sie bei der UTF $G_{11}(s)$ (siehe Aufgabe 4) 'künstlich' hinzugefügt haben, nun in den Regler Gr_{ϕ} aufzunehmen!

- 9.1) Simulieren Sie die Regler am linearen Helikopter. Definieren Sie dazu bspw. einen Block "state space" aus der Library "linear" mit den System-Matrizen aus Helipar.m und schliessen Sie ihre Regler an. Simulieren Sie das Eigenverhalten des geschlossenen Systems für Referenzwerte 0 und mit einer kleinen Anfangsauslenkung der horizontalen Achse, z.B. $\phi_0 = 10^{\circ}$. Wie ändert sich das Eigenverhalten, wenn Sie die Stellgrössenbeschränkung des realen Systems berücksichtigen?
- 9.2) Simulieren Sie die Regler am nichtlinearen Heli-Modell. Das nichtlineare Heli-Modell ist in Heli_Sim.mdl gegeben. Auf der ersten Seite dieser Anleitung steht die Web-Adresse, wo Sie das Modell beziehen können. Simulieren Sie wiederum das Systemverhalten für Referenzwerte 0 und mit der Anfangsbedingung $\phi_0 = 10^{\circ}$.

Hinweis: Beachten Sie, dass die Ausgänge der Regler $\Delta U_R, \Delta U_S$ mit den Gleichgewichtswerten $\overline{U_R}, \overline{U_S}$ gemäss den beiden Gleichungen in (2.5) überlagert werden müssen.

Achtung: Die Gleichgewichtswerte in (2.3) sind die am Helikopter gemessenen Werte. Die Gleichgewichtswerte, die sich durch Lösen der Gleichungen (2.1) ergeben und die für die Simulation mit dem nichtlinearen Helikopter-Modell in Heli_Sim.mdl ausschlaggebend sind, weichen leicht von den gemessenen ab und sind auf Seite 8 gegeben.

Kapitel 3

Praktische Aufgaben

3.1 Inbetriebnahme und Bedienungsanleitung

Die folgenden Aufgaben sollen während des Praktikumnachmittags bearbeitet werden. Das Steuerungssystem kann bequem vom Host-PC via VNC konfiguriert werden.

Aufgabe 10: Inbetriebnahme des Steuerungssystems

Befolgen Sie die folgenden Punkte um das Steuerungssystem in Betrieb zu nehmen.

- 10.1) Starten Sie den Host-PC und schalten Sie das Helikopter Modell ein (der Schalter befindet sich auf der Rückseite des Sockels).
- 10.2) Öffnen Sie den VNC-Viewer und geben Sie die Adresse des Steuerungssystem ein. Verwenden das folgende Login:

Server: autx20-02 Passwort: control

10.3) Betätigen Sie die orange Schaltfläche mit der Aufschrift **START** um das Experiment zu starten.

Wichtig: Sie können den Versuch jederzeit durch Betätigen der STOP Schaltfläche oder der Leertaste unterbrechen.

Aufgabe 11: Bedienung des GUI

Machen Sie sich mit dem GUI vertraut.

- 11.1) Navigieren Sie durch die verschiedenen Seiten beim Betätigen der hellblauen Schaltflächen Run, Controller und Settings. Mittels Run gelangen Sie jederzeit zur Ausgangsseite zurück.
- 11.2) Wechseln Sie zu der Seite Settings. Hier können Sie das Motorbrückenmodul mit den Schaltflächen Clear Error zurücksetzen. Dies müssen Sie nur dann tun, wenn einer der beiden Motoren einen Over Current Error verursacht. Die weiteren Schaltflächen auf dieser Seite werden beim Experiment nicht benötigt.

- 11.3) Auf der Seite Controller können Sie später Ihren Regler konfigurieren.
- 11.4) Drücken Sie Run um zur Ausgangsseite zu wechseln. Im Block Control Mode finden Sie die beiden Schaltflächen Automatic und Manual. Hiermit können Sie zwischen manueller Steuerung (mit dem Joystick) und automatischer Steuerung (Regler) wählen. Sofern keiner der beiden Schaltflächen aktiviert ist, befinden Sie sich im Leerlaufbetrieb. Beachten Sie, dass nach der Betätigung der STOP Schaltfläche oder der Leertaste automatisch in den Leerlaufbetrieb gewechselt wird.

Aufgabe 12: Manueller Betrieb

- 12.1) Vergweissern Sie sich, dass die Reglerparameter K Phi, K Psi, U FF, Phi und U FF, Psi alle auf den Wert 0 gesetzt sind. Betätigen Sie dann die Schaltfläche Automatic. Wechseln Sie nun auf die Controller Seite und verändern Sie die Motorenspannungen über die Parameter U FF, Phi und U FF, Psi und betrachten Sie die Auswirkungen auf den Helikopter. Zum Schluss setzen sie die beiden Werte wieder auf 0 zurück und betätigen die STOP Schaltfläche.
- 12.2) Wechseln Sie nun in den manuellen Betrieb indem Sie die Manual Schaltfläche auf der Run Seite betätigen. Versuchen Sie nun den Helikopter mit dem Joystick auf die horizontale Ruhelage zu regeln.
- 12.3) Wechseln Sie mit STOP oder der Leertaste in den Leerlaufbetrieb.

3.2 Implementation und Feinabstimmung

In den nächsten Schritten werden Sie ihren Regler implementieren und eine Feinabstimmung vornehmen.

Aufgabe 13: Automatischer Betrieb

Implementieren Sie den Regler, den Sie zuhause entworfen haben.

- 13.1) Übertragen Sie Ihre Reglerparameter in die dafür vorgesehenen Felder.
 Hinweis: Der Faktor -1 in der UTF der horizontalen Achse wurde hier schon berücksichtigt.
- 13.2) Übertragen Sie die Gleichgewichtsspannungen (auf Seite 8) in die Felder U FF,Phi und U FF,Psi.
- 13.3) Testen Sie Ihren Regler durch Aktivieren des automatischen Betriebs. Sollte sich der Regler nicht wie vorgesehen verhalten unterbrechen Sie bitte sofort das System mit der Leertaste oder STOP Schaltfläche.
- 13.4) Notieren sie allfällige Beobachtungen.

Wichtig: Falls einer der beiden Motoren plötzlich abstellt, so hat er den maximal zulässigen Strom überschritten. Das Motorbrückemodul stellt dann den Betrieb dieses Motores ein. Das Verhalten äussert sich durch das Auftreten eines Over Current Error und kann auf der Settings Seite mittels den beiden Tasten Clear Error behoben werden.

Aufgabe 14: Regler Feinabstimmung

Wie Sie in der vorherigen Aufgabe feststellen konnten, verhält sich das echte System leicht anders als das Modell. Ursache dafür sind die nur approximativ bekannten Parameter. Nehmen Sie nun manuell eine Feinabstimmung Ihres Reglers vor.

- 14.1) Ändern Sie die Reglerparameter leicht und beobachten Sie das Verhalten.
- 14.2) Tunen Sie Ihren Regler bis der Helikopter die horizontale Ruhelage mühelos halten kann.

Tipps:

- Verwenden Sie die Eingabefelder Phi und Psi im Block Reference Tracking auf der Run Seite um das Verhalten auf verschiedene Referenzschritte zu beobachten.
- Sie können die Reglerausgänge (Systemeingänge) im Block Control Variables beobachten. Sollten die Spannungen zu stark herum springen, so ist die Verstärkung zu hoch und kann zu einem Over Current Error führen.

3.3 Führungsverhalten

Zum Schluss wird das Führungsverhalten des zuvor implementierten Reglers studiert.

Aufgabe 15: Führungsverhalten und Ausgabe

Lassen Sie nun den Helikopter einer zeitvarianten Trajektorie, welche Sie mit dem Joystick vorgeben, nachfahren und plotten Sie die Kurvenverläufe in Matlab. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

- 15.1) Wechseln Sie in den Leerlaufbetrieb und betätigen Sie die Record Taste auf der Run Seite.
- 15.2) Drücken Sie die beiden Joystick Tasten im Reference Tracking Block und erzeugen Sie ein Referenzsignal mit dem Joystick.
- 15.3) Öffnen Sie Matlab und führen Sie das Skript Heli_data_log.m aus. Die Kurvenverläufe von $\Phi_{soll}, \Phi_{mess}, \Psi_{soll}$ und Ψ_{mess} werden direkt vom Steuerungssystem via FTP in den Workpsace von Matlab geladen.

Hinweis: Sie müssen mit der Ausführung des Skripts warten bis das Steuerungssystem den Schreibvorgang abgeschlossen hat. Dies können Sie an der Freigabe der Record Schaltfläche erkennen.

15.4) Stellen Sie die Kurvenverläufe grafisch dar.

Hinweise:

- Die Daten wurden mit $T_S = 1 \text{ ms gesampelt.}$
- Das Referenzsignal des Joystick wird mit einem Tiefpass gefiltert um ein zu agressives Verhalten des Reglers, welches zum Auftreten von Over Current Fehlern und Instabilität führt, zu vermeiden.

Wenn Sie mit den praktischen Aufgaben fertig sind, bitten wir Sie, das Helikopter-Modell auszuschalten und Ihren Arbeitsplatz aufzuräumen. Sie können nun mit dem Kapitel 4 fortfahren.

Kapitel 4

Schlussdiskussion

Dieses Kapitel fasst die wichtigsten Lernziele des Experiments in Form von Fragen kurz zusammen. Machen Sie sich Gedanken/Notizen zu den Fragen und besprechen sie diese anschliessend mit Ihrem Betreuer.

Lernziel 1: Dezentrale Regelung

- 1.1) Was versteht man unter dezentraler Regelung?
- 1.2) Wieso funktioniert diese Regelungsstrategie beim Helikopter?
- 1.3) Wann funktioniert sie nicht? Welche Methoden der Regelung gibt es dann?

Lernziel 2: Eingangsbeschränkung

- 2.1) Welchen Einfluss haben die Spannungs- und Strombeschränkungen auf den Helikopter? Was müsste man verändern um eine Vebesserung des Systems zu erhalten?
- 2.2) Wie lassen sich Eingangsbeschränkungen beim klassischen Reglerentwurf (PID, Lead, Lag, etc.) berücksichtigen?

Lernziel 3: Lead Kompensation beim Helikopter

- 3.1) Welchen Einfluss haben die Parameter K, ω und α auf das Reglerverhalten?
- 3.2) Wieso entsteht bei der Regelung der horizontalen Achse ein bleibender Regelfehler nicht aber bei der vertikalen Achse?

Aufgabe 16: Abschluss der Arbeiten

- 16.1) Füllt nun das online Feedback Formular auf der Registrationsseite unter MyExperiments aus. Jeder Student/Teilnehmer muss sein eigenes Feedback ausfüllen. Dies hilft uns unsere Versuche stetig zu verbessern. Vielen Dank für euere Inputs.
- 16.2) Bespricht nun mit euerem Betreuer das Experiment, um das Testat zu erhalten.

Anhang A

Parameter

Dieses Kapitel enthält die Herleitung der Parameter für den Helikopter. Am Schluss befindet sich eine Liste mit allen Parametern, die in den Systemgleichungen vorkommen. Es ist für das Lösen des Versuches nicht absolut notwendig, die Angaben dieses Kapitels bis in alle Details nachzuvollziehen. Sie können auch direkt mit Kapitel B weiterfahren und die dort unklaren Parameter in diesem Kapitel nachschlagen. Um Ihnen die Arbeit zu vereinfachen, sind im File Helipar.m die Parameterzuweisungen dieser Liste in Matlab codiert.

A.1 Das Motorbrückenmodul

Die Parameter sind des Motorbrückenmoduls sind in Tabelle 1.1 auf Seite 5 aufgeführt. Unter der Annahme, dass die Periode der Pulsweitenmodulation sehr klein gewählt wird kann das Motorbrückenmodul als dynamikfreier, begrenzter Verstärker mit ± 16 V (Hauptmotor) resp. ± 8 V (Heckmotor) und ± 10 A (kurzzeitig 2 s) modelliert werden.

A.2 Propeller

	Hauptrotor (Index R)	Heckrotor (Index S)
Masse	$0.0592\mathrm{kg}$	$0.0159\mathrm{kg}$
Durchmesser	$0.30\mathrm{m}$	$0.15\mathrm{m}$
Steigung	4.5°	4.5°

Tabelle A.1: Parameter der Propeller

A.3 Massenträgheitsmoment des Hauptrotors

Das Massenträgheitsmoment wurde bestimmt durch Aufteilung der Rotoren in geometrisch einfachere Teile, Berechnung der Massenträgheitsmomente der einzelnen Teile und anschliessender Summation. Die Formeln für die einfachen Momente sind unten aufgeführt.

Massenträgheitsmoment eines dünnen Stabes um eine Querachse (nicht Längsachse):

$$\Theta = \frac{1}{12}ml^2 \quad . \tag{A.1}$$

Massenträgheitsmoment eines Zylinders entlang seiner Symmetrieachse:

$$\Theta = \frac{1}{2}mr^2 \quad . \tag{A.2}$$



Abbildung A.1: Dimension eines Rotors

Dichte von Stahl:

$$\rho_{Stahl} = 7900 \,\mathrm{kg/m^3} \tag{A.3}$$

Die Dimensionen des Hauptrotors R gemäss A.1 lauten

$$m_{1} = 0.0592 \text{ kg}$$

$$l_{1} = 0.30 \text{ m}$$

$$r_{2} = 0.016 \text{ m}$$

$$l_{2} = 0.045 \text{ m}$$

$$r_{3} = 0.002 \text{ m}$$

$$l_{3} = 0.09 \text{ m}$$
(A.4)

Der Wert m_1 wurde von den Autoren nicht nachgeprüft; Die übrigen Werte wurden gemessen, jedoch ohne die Motoren zu zerlegen. Sie dürften daher nur mässig genau sein.

Das Massenträgheitsmoment Θ_R des Hauptrotors bestimmt sich zu

$$\Theta_R = \underbrace{\frac{1}{12}m_1l_1^2}_{Propeller} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho\pi l_2r_2^4}_{Rotorwicklung} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho\pi (l_3 - l_2)r_3^4}_{Rotorachse} = 4.8 \cdot 10^{-4} \,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^2 \ . \tag{A.5}$$

A.4 Massenträgheitsmoment des Heckrotors

Das Vorgehen zur Bestimmung des Massenträgheitsmomentes des Heckrotors ist gleich wie beim Hauptrotor in Absch. A.3. Auch die nötigen Formeln lassen sich dort finden.



Abbildung A.2: Dimensionen des Rumpfes.

Mit der Konvention in Abb. A.1 gilt für den Heckrotor

$$m_{1} = 0.0159 \text{ kg}$$

$$l_{1} = 0.150 \text{ m}$$

$$r_{2} = 0.010 \text{ m}$$

$$l_{2} = 0.020 \text{ m}$$

$$r_{3} = 0.0015 \text{ m}$$

$$l_{3} = 0.070 \text{ m}$$
(A.6)

Der Wert m_1 wurde von den Autoren nicht nachgeprüft; Die übrigen Werte wurden gemessen, jedoch ohne die Motoren zu zerlegen. Sie dürften daher nur mässig genau sein.

Das Massenträgheitsmoment Θ_S des Heckrotors bestimmt sich zu

$$\Theta_S = \frac{1}{12}m_1l_1^2 + \frac{1}{2}\rho\pi l_2r_2^4 + \frac{1}{2}\rho\pi (l_3 - l_2)r_3^4 = 3.2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^2 \ . \tag{A.7}$$

A.5 Die Motoren

Bei den Motoren handelt es sich um Gleichstrommotoren. Die in Absch. A.10 aufgeführten Werte beruhen z.T. auf Angaben ähnlicher Modelle und dürften nicht allzu genau sein.

A.6 Das Massenträgheitsmoment des Rumpfes um die horizontale Achse (ϕ -Achse)

Das Massenträgheitsmoment Θ_H wurde wiederum durch Aufteilung des Rumpfes in geometrisch einfachere Teile bestimmt. In Abb. A.2 sind die Dimensionen und Massen der Rumpfteile angegeben. Es gelten die Werte in Tab. A.2.

Das Massenträgheitsmoment des Balkens lautet

$$\Theta_{beam_H} = \frac{1}{12} m_1 (r_R + r_S)^2 + m_1 \left(\frac{r_R - r_S}{2}\right)^2 \quad . \tag{A.8}$$

Der zweite Term in der Summe stammt von der Verschiebung der Rotationsachse aus dem Massenmittelpunkt heraus (Satz von Steiner).

Die Motoren zusammen mit den Propellern werden als Punktmassen angesehen. Der Abstand r_V wird vernachlässigt. Dann ist

$$\Theta_H = \Theta_{beam_H} + (m_2 + m_3)r_R^2 + (m_4 + m_5)r_S^2 + m_6r_G^2 = 0.027\,\mathrm{kg\,m^2} \ . \tag{A.9}$$

Masse des Balkens	m_1	$= 0.280 \mathrm{kg}$
Masse des Hauptmotors	m_2	$= 0.330 \mathrm{kg}$
Masse des Hauptpropellers	m_3	$= 0.0592\mathrm{kg}$
Masse des Heckmotors	m_4	$= 0.158 \mathrm{kg}$
Masse des Heckpropellers	m_5	$= 0.0159 \mathrm{kg}$
Masse des Gegengewicht	m_6	$= 0.339 \mathrm{kg}$
Abstand des Hauptmotors	r_R	$= 0.1995\mathrm{m}$
Abstand des Heckmotors	r_S	$= 0.1743\mathrm{m}$
Abstand des Gegengewichts	r_G	$= 0.0953\mathrm{m}$
Abstand Balken-Lager	r_V	$= 0.0298\mathrm{m}$

Tabelle A.2: Parameter des Rumpfes

A.7 Schwerpunkt

Später wird für die Gleichungen die bewegte Gesamtmasse benötigt. Sie ergibt sich zu

$$m_G = \sum_{i=1}^{6} m_i = 1.182 \,\mathrm{kg}$$
 (A.10)

Der Schwerpunkt liegt vor dem Drehpunkt (auf der Seite des Hauptrotors). Sein horizontaler Abstand vom Drehpunkt ist

$$r_H = \frac{1}{m_G} \left(m_1 \frac{r_R - r_S}{2} + (m_2 + m_3) r_R - (m_4 + m_5) r_S - m_6 r_G \right) = 1.57 \cdot 10^{-2} \,\mathrm{m} \ . \tag{A.11}$$

A.8 Das Massenträgheitsmoment des Rumpfes um die vertikale Achse (ψ -Achse)

Das Massenträgheitsmoment Θ_V wurde wiederum durch Aufteilung des Rumpfes in geometrisch einfachere Teile bestimmt. In Abb. A.2 sind die Dimensionen und Massen der Rumpfteile angegeben. Dieses Massenträgheitsmoment ist abhängig von der Position ϕ .

$$\Theta_V = \Theta_{zyl} + \Theta_{V_1} \cos^2 \phi + \Theta_{V_2} \sin^2 \phi + m_G \left(r_H \cos \phi + r_V \sin \phi \right)^2 \quad , \tag{A.12}$$

wobei

$$\Theta_{V_1} \approx \Theta_H = 0.027 \,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^2 \tag{A.13}$$

das Massenträgheitsmoment des Balkens um eine Normalenachse ist, und

$$\Theta_{V_2} \approx 2.0 \cdot 10^{-4} \,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^2 \tag{A.14}$$

das Massenträgheitsmoment entlang des Balkens ist. Der drehbare zylindrische Ständer ist in

$$\Theta_{zyl} \approx 10^{-5} \,\mathrm{kg} \,\mathrm{m}^2 \tag{A.15}$$

berücksichtigt. Der letzte Summand kommt durch die Verschiebung der Achse aus dem Schwerpunkt zustande.

Die Werte Θ_{V_2} und Θ_{zyl} wurden aufgrund ähnlicher Körper abgeschätzt.

A.9 Sensoren

Auf jeder Achse gibt es ein Potentiometer zur Winkelmessung. Die Winkel haben auch Anschläge, d.h. der Heli kann sich beispielsweise nicht beliebig um die vertikale Achse drehen. Die Sensoren und deren Beschränkungen finden Sie in Tabelle 1.2 auf Seite 6.

A.10 Parameterliste

Dieser Abschnitt enthält alle Parameter, die in den Differentialgleichungen des Kapitels B auftauchen. Das m-File Helipar.m enthält diese Variablen-Initialisierungen.

Allgemein	ne M	odellparameter		
r_V	=	0.0298	m	Abstand Drehpunkt – horizontale Achse
r_H	=	0.0157	m	Abstand Drehpunkt – Schwerpunkt
r_G	=	0.0953	m	Abstand Drehpunkt – Gegengewicht
r_R	=	0.1995	m	Abstand Drehpunkt – Tragrotor
r_S	=	0.1743	m	Abstand Drehpunkt – Heckrotor
m_G	=	1.19	kg	Gesamtgewicht des Helikopters
g	=	9.81	m/s^2	
Paramete	er de	s Tragrotors		
Θ_R	=	$4.8 \cdot 10^{-4}$	$kg m^2$	Trägheitsmoment
$c_{\mu R}$	=	10^{-5}	Nms/rad	Reibungskonstante
\dot{k}_{MR}	=	10^{-6}	$N s^2/rad^2$	Propellerkonstante (Moment)
c_{MR}	=	0.028	N m/A	Motorkonstante
C_{GR}	=	0.028	V s/rad	Generatorkonstante
R_B	=	0.9	Ω΄	Motorwiderstand
imar	=	10	A	Maximaler Rotorstrom
u_{max}	=	16	V	Maximale Rotorspannung
Demonstr		- IIl		
Paramete	er de	s neckrotors	1 2	
Θ_S	=	$3.2 \cdot 10^{-5}$	Kg m-	P : L L L L
$c_{\mu S}$	=	10^{-6}	N m s/rad	Reibungskonstante
k_{MS}	=	10-7	N s ² /rad ²	Propellerkonstante (Moment)
c_{MS}	=	0.0091	N m/A	Motorkonstante
c_{GS}	=	0.0091	V s/rad	Generatorkonstante
R_S	=	1.2	Ω	Motorwiderstand
i_{max}	=	10	A	Maximaler Rotorstrom
u_{max}	=	8	V	Maximale Rotorspannung
Paramete	er de	r horizontalen Achse		
Θ_H	=	0.027	$kg m^2$	Trägheitsmoment
$c_{\mu H}$	=	$5 \cdot 10^{-3}$	Nms/rad	Reibungskonstante (Lagerreibung)
k_{FR}	=	$2.4 \cdot 10^{-5}$	$N s^2/rad^2$	Propellerkonstante (Kraft)
ϕ_{maxH}	=	$60^{\circ} \cdot \pi/180^{\circ}$	rad	Maximaler Winkel der horizontalen Achse
ϕ_{minH}	=	$-\phi_{maxH}$	rad	Minimaler Winkel der horizontalen Achse
Paramete	er de	r vertikalen Achse		
Θ_{V1}	=	0.027	kg m ²	Trägheitsmoment
Θ_{V2}	=	$2.0 \cdot 10^{-4}$	kg m ²	Trägheitsmoment
Θ_{rad}	=	10^{-5}	kg m ²	Trägheitsmoment
\mathcal{L}_{2yl}	_	$5 \cdot 10^{-2}$	Nms/rad	Beibungskonstante (Lagerreibung)
k_{DG}	_	27.10^{-6}	$N s^2/rad^2$	Propellerkonstante (Kraft)
d v	_	$170 \cdot \pi/180$	rad	Maximaler Winkel der vertikalen Achse
φ_{maxV}	_	$-\phi$ V	rad	Minimaler Winkel der vertikalen Achse
$\gamma minV$	_	$\varphi maxv$	100	Minimater winker der verbikaten Attist
Paramete	er de	r Sensoren		
k_{messH}	=	3.29	V/rad	
k_{messV}	=	3.36	V/rad	

Tabelle A.3: Modellparameter für die Gleichungen

Anhang B

Modellierung

In diesem Kapitel wird die Modellierung des Helis durchgeführt. Wir möchten Sie ermuntern, die nachfolgenden Ausführungen nachzuvollziehen. Allerdings können die meisten Aufgaben dieses Versuches auch ohne detaillierte Kenntnis dieses Kapitels durchgeführt werden.

In den Absch. B.1 bis B.3 sind einige weniger offensichtliche Effekte erklärt. In Absch. B.4 und B.5 werden die Bewegungsdifferentialgleichungen hergeleitet.

B.1 Drall

In diesem Abschnitt soll überlegt werden, welche Auswirkungen die Richtungsänderung der Rotationsachsen der Propeller hat.

Einfache Überlegungen zeigen, dass der Heckrotor keinen Drall auf die beweglichen Achsen ausübt. Beim Hauptrotor ist die Sache etwas schwieriger.

Aus Abb. B.1 erkennt man, dass der Drall L des Hauptrotors lautet

$$\vec{L}_{abs} = \Psi \Phi \vec{L}_{rel} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0\\ \sin \psi & \cos \psi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos \phi & \sin \phi\\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ L \end{bmatrix} , \qquad (B.1)$$

wobei

$$L = \Theta_R \omega_R \quad . \tag{B.2}$$

Von

$$\frac{d}{dt}\vec{L}_{abs} = \Psi \Phi \frac{d}{dt}\vec{L}_{rel} + \frac{d\Psi}{dt}\Phi \vec{L}_{rel} + \Psi \frac{d\Phi}{dt}\vec{L}_{rel}$$
(B.3)

wird der erste Term, die relative Dralländerung, in Gl. $(\mathrm{B.34})$ berücksichtigt, weshalb wir für den Rest

$$\vec{M}_{D_{abs}} = \frac{d\Psi}{dt} \Phi \vec{L}_{rel} + \Psi \frac{d\Phi}{dt} \vec{L}_{rel}$$
(B.4)

einführen. Da

$$\frac{d}{dt}\Psi = \omega_{\psi} \begin{bmatrix} -\sin\psi & -\cos\psi & 0\\ \cos\psi & -\sin\psi & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(B.5)

und

$$\frac{d}{dt}\Phi = \omega_{\phi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\\ 0 & -\cos\phi & -\sin\phi \end{bmatrix}$$
(B.6)



Abbildung B.1: Drallvektor

folgt (mit den Abkürzungen $s\alpha := \sin(\alpha)$ und $c\alpha := \cos(\alpha)$)

$$\vec{M}_{D_{abs}} = \omega_{\psi} \begin{bmatrix} -s\psi - c\psi c\phi - c\psi s\phi \\ c\psi - s\psi c\phi - s\psi c\phi \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L \end{bmatrix} + \omega_{\phi} \begin{bmatrix} 0 & s\psi s\phi & -s\psi c\phi \\ 0 & -c\psi s\phi & c\psi c\phi \\ 0 & -c\phi & -s\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L \end{bmatrix}$$

$$= \omega_{\psi} \begin{bmatrix} -c\psi s\phi \\ -s\psi s\phi \\ 0 \end{bmatrix} L + \omega_{\phi} \begin{bmatrix} -s\psi c\phi \\ c\psi c\phi \\ -s\phi \end{bmatrix} L .$$
(B.7)

Daraus folgt schliesslich das Drallmoment um die Vertikalachse

$$M_{DV} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{M}_{D_{abs}} = -\Theta_R \omega_R \omega_\phi \sin \phi \quad . \tag{B.8}$$

Das Moment um die Horizontalachse folgt aus

$$\Psi^{-1}\vec{M}_{D_{abs}} = \Psi^{-1}\omega_{\psi} \begin{bmatrix} -c\psi s\phi \\ -s\psi s\phi \\ 0 \end{bmatrix} L + \Psi^{-1}\omega_{\phi} \begin{bmatrix} -s\psi c\phi \\ c\psi c\phi \\ -s\phi \end{bmatrix} L$$
$$= \begin{bmatrix} c\psi & s\psi & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \omega_{\psi} \begin{bmatrix} -c\psi s\phi \\ -s\psi s\phi \\ 0 \end{bmatrix} L + \Psi^{-1}\Psi\omega_{\phi} \begin{bmatrix} 0 \\ c\phi \\ -s\phi \end{bmatrix} L$$
$$= \begin{bmatrix} -s\phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_{\psi}L + \begin{bmatrix} 0 \\ c\phi \\ -s\phi \end{bmatrix} \omega_{\phi}L$$
(B.9)

zu

$$M_{DH} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Psi^{-1} \vec{M}_{D_{abs}} = -\Theta_R \omega_R \omega_\psi \sin \phi \quad . \tag{B.10}$$

B.2 Zentripetal- und Corioliskräfte

Wenn man die Drehung ω_V um die Vertikalachse als Führungsbewegung auffasst, kann die Rotation um die Horizontalachse als Bewegung in einem rotierenden System aufgefasst werden, weshalb Zentripetal- und Corioliskräfte auf den Rumpf wirken müssen.



Abbildung B.2: Zentripetal- und Corioliskräfte

In Abb. B.2 sind die Zentripetal- und die Corioliskraft eingezeichnet. Sie wirken auf den Schwerpunkt. Sie berechnen sich wie folgt

$$F_{ZH} = m_G \omega_V^2 \left(r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H \right) \quad , \tag{B.11}$$

resp.

$$F_{ZV} = 2m_G \omega_V \omega_H \left(r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H \right) \quad . \tag{B.12}$$

B.3 Aerodynamische Effekte

Der Luftwiderstand der Propeller kann mit

$$M_L = k_M \mathrm{sign}(\omega)\omega^2 \tag{B.13}$$

angegeben werden, der Auftrieb mit

$$F = k_F \operatorname{sign}(\omega)\omega^2 \quad . \tag{B.14}$$

Diese quadratischen Abhängigkeiten sind Vereinfachungen der wahren Kennlinien. Weiter wird auch der Bodeneffekt vernachlässigt.

B.4 Aufbau der Gleichungen

Der Helikopter kann sich um zwei Achsen bewegen, weshalb wir um diese beiden Achsen Momentengleichungen aufstellen. Ausserdem müssen die Momentengleichungen für die Rotoren der Motoren aufgestellt werden. Da alle vier Gleichungen zweiter Ordnung sind, würde man für das resultierende Gesamtsystem 8 Zustände erwarten. Bei den Rotoren spielt nur die Rotationsgeschwindigkeit eine Rolle. Die Position kann hier weggelassen werden, weshalb schliesslich ein System 6. Ordnung resultiert.

1. Motor:

$$i_R = \frac{U_R - c_{GR}\omega_R}{R_R} \tag{B.15}$$

$$i_S = \frac{U_S - c_{GS}\omega_S}{R_S} \tag{B.16}$$

2. Momente des Tragmotors (Index R):

$$\sum_{i} M_{iR} = \underbrace{M_{RR}}_{Tragmotor} - \underbrace{M_{LR}}_{Luftwiderstand} - \underbrace{M_{\mu R}}_{Reibung}$$
(B.17)

$$M_{RR} = c_{MR}i_R = c_{MR}\frac{U_R - c_{GR}\omega_R}{R_R}$$
(B.18)

$$M_{LR} = k_{MR} \text{sign}(\omega_R) \omega_R^2 \tag{B.19}$$

$$M_{\mu R} = c_{\mu R} \omega_R \tag{B.20}$$

3. Momente der Horizontalachse (Index H):

$$\sum_{i} M_{iH} = -\underbrace{M_{RH}}_{Tragrotor} + \underbrace{M_{SH}}_{Heckrotor} - \underbrace{M_{\mu H}}_{Reibung} + \underbrace{M_{GH}}_{Gewicht} + \underbrace{M_{ZH}}_{Zentripetal} - \underbrace{M_{DH}}_{Drall}$$
(B.21)

$$M_{RH} = k_{FR} \text{sign}(\omega_R) \omega_R^2 r_R$$
(B.22)
$$M_{RH} = c_{VC} i_R$$
(B.23)

$$M_{SH} = c_{MS} i_{S} \tag{B.23}$$

$$M_{\mu H} = c_{\mu H} \omega_{H} \tag{B.24}$$

$$M_{\mu H} = c_{\mu H} \omega_H \tag{B.24}$$

$$M_{GH} = m_G g (r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H) \tag{B.25}$$

$$M_{ZH} = m_G \omega_V^2 (r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H)$$
(2.20)

$$(r_V \cos \phi_H - r_H \sin \phi_H)$$
(B.26)

$$M_{DH} = -\omega_R \omega_V \Theta_R \sin \phi_H \tag{B.27}$$

4. Momente des Heckmotors (Index S):

$$\sum_{i} M_{iS} = \underbrace{M_{SS}}_{Heckmotor} - \underbrace{M_{LS}}_{Luftwiderstand} - \underbrace{M_{\mu S}}_{Reibung}$$
(B.28)

$$M_{SS} = c_{MS}i_S = c_{MS}\frac{U_S - c_{GS}\omega_S}{R_S} \tag{B.29}$$

$$M_{LS} = k_{MS} \text{sign}(\omega_S) \omega_S^2 \tag{B.30}$$

$$M_{\mu S} = c_{\mu S} \omega_S \tag{B.31}$$

5. Momente der Vertikalachse (Index V):

$$\sum_{i} M_{iV} = \underbrace{M_{SV}}_{Heckrotor} - \underbrace{M_{RV}}_{Tragrotor} - \underbrace{M_{\mu V}}_{Reibung} + \underbrace{M_{ZV}}_{Coriolis} + \underbrace{M_{DV}}_{Drall}$$
(B.32)

$$M_{SV} = k_{FS} \operatorname{sign}(\omega_S) \omega_S^2(r_S \cos \phi_H - r_V \sin \phi_H)$$
(B.33)

$$M_{RV} = c_{MR} i_R \cos \phi_H \tag{B.34}$$

$$M_{\mu V} = c_{\mu V} \omega_V \tag{B.35}$$

$$M_{ZV} = 2m_G \omega_V \omega_H (r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H)$$

$$(r_V \cos \phi_H - r_V \sin \phi_H)$$
(B.36)

$$(r_V \cos \varphi_H - r_H \sin \varphi_H) \tag{B.30}$$

$$M_{DV} = \omega_H \omega_R \Theta_R \sin \phi_R \tag{B.37}$$

B.5 Differentialgleichungen

In der Folge sind alle Gleichungen des Systems aufgelistet. Für die Momentengleichungen gilt folgendes Schema:

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = \sum_{i} M_i \tag{B.38}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega \tag{B.39}$$

Gesamtsystem:

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{1}{\Theta_R} \left(\frac{c_{MR}}{R_R} \tilde{U}_R - \frac{c_{MR}c_{GR}}{R_R} \omega_R - k_{MR} \text{sign}(\omega_R) \omega_R^2 - c_{\mu R} \omega_R \right)$$
(B.40)

$$\frac{d\phi_H}{dt} = \omega_H \tag{B.41}$$

$$\frac{d\omega_H}{dt} = \frac{1}{\Theta_H} \left[-k_{FR} \text{sign}(\omega_R) \omega_R^2 r_R + \frac{c_{MS}}{R_S} \tilde{U}_S - \frac{c_{MS} c_{GS}}{R_S} \omega_S + m_G g(r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H) - c_{\mu H} \omega_H - m_G \omega_V^2 (r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H) (r_V \cos \phi_H - r_H \sin \phi_H) + \omega_R \omega_V \Theta_R \sin \phi_H \right]$$
(B.42)

$$\frac{d\omega_S}{dt} = \frac{1}{\Theta_S} \left(\frac{c_{MS}}{R_S} \tilde{U}_S - \frac{c_{MS} c_{GS}}{R_S} \omega_S - k_{MS} \text{sign}(\omega_S) \omega_S^2 - c_{\mu S} \omega_S \right)$$
(B.43)

$$\frac{d\phi_V}{dt} = \omega_V \tag{B.44}$$

$$\frac{d\omega_V}{dt} = \frac{1}{\Theta_V} \left[k_{FS} \operatorname{sign}(\omega_S) \omega_S^2 (r_S \cos \phi_H - r_V \sin \phi_H) - \frac{c_{MR}}{R_R} \tilde{U}_R \cos \phi_H + \frac{c_{MR} c_{GR}}{R_R} \omega_R \cos \phi_H - c_{\mu V} \omega_V + \omega_H \omega_R \Theta_R \sin \phi_H + 2m_G \omega_V \omega_H (r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H) (r_V \cos \phi_H - r_H \sin \phi_H) \right]$$
(B.45)

wobei

$$\Theta_V = \Theta_{zyl} + \Theta_{V_1} \cos^2 \phi_H + \Theta_{V_2} \sin^2 \phi_H + m_G \left(r_H \cos \phi_H + r_V \sin \phi_H \right)^2$$
(B.46)
$$\tilde{U}_G = \operatorname{sat}(U_G)$$
(B.47)

$$U_S = \operatorname{sat}(U_S) \tag{B.47}$$

$$U_R = \operatorname{sat}(U_R) \quad (B.48)$$

und

$$\operatorname{sat}(x) = \begin{cases} x & |x| \le u_{max} \\ u_{max} \cdot \operatorname{sign}(x) & |x| > u_{max} \end{cases}$$
(B.49)

Diese Gleichungen sind im Simulink-Modell Heli_Sim.mdl bereits codiert und stehen in elektronischer Form zur Verfügung.

Anhang C

Matlab m-Files

C.1 Helipar.m

% Allgemeine Modellparameter r_V = 0.0298; % Abstand zur horizontalen Achse r_H = 0.0157; % Abstand zum Schwerpunkt r_G = 0.0953; % Abstand des Gegengewichts $r_R = 0.1995$; % Abstand zum Tragrotor $r_S = 0.1743$; % Abstand zum Heckrotor % Gesamtgewicht des Helikopters $m_G = 1.19;$ = 9.81; g % Parameter des Tragrotors theta_R = 4.8e-4; % Traegheitsmoment % Reibungskonstante c_muR = 1e-5; = 1e-6; % Propellerkonstante k MR K_MK = 16-5; / PropellerKonstante c_MR = 0.028; % Motorkonstante c_GR = 0.028; % Generatorkonstante R_R = 0.9; % Motorwiderstand i_max = 10; % Maximaler Rotorstrom u_max_phi = 16; % Maximale Rotorspannung % Parameter des Heckrotors theta_S = 3.2e-5; % Traegheitsmoment c_muS = 1e-5; % Reibungskonstante = 1e-7; % Propellerkonstante = 0.0091; % Motorkonstante = 0.0091; % Generatorkonstante k_MS c_MS c_GS % Motorwiderstand % Maximaler Rotorstrom R_S = 1.2; i_max = 10; u_max_psi = 8; % Maximale Rotorspannung % Parameter der horizontalen Achse theta_H = 0.027;% Traegheitsmoment % Reibungskonstante (Lagerreibung und Kabel) c_muH = 5e-3; k_FR = 2.4e-5; k_FR = 2.4e-5; % Neromagarous Chaggrieroung and Max h_FR = 2.4e-5; % Propellerkonstante phi_maxH= 60*pi/180; % Maximaler Winkel der horizontalen Achse phi_minH= -phi_maxH; % Minimaler Winkel der horizontalen Achse % Parameter der vertikalen Achse theta_V1 = 0.027; % Traegheitsmoment theta_V2 = 2.0e-4; % Traegheitsmoment theta_zyl= 1e-5; % Traegheitsmoment % Reibungskonstante (Lagerreibung und Kabel)
% Propellerkonstante c_muV = 5e-2; k_FS = 2.7e-6; k_FS = 2.7e-6; % Propellerkonstante
phi_maxV = 170*pi/180;% Maximaler Winkel der vertikalen Achse
phi_minV = -phi_maxV; % Minimaler Winkel der vertikalen Achse % Sensoren k_messH = 3.29; k_messV = 3.36; % Gleichgewichtslage omega_R_b = 202.0147; omega_S_b = 301.6782; phi_FF = 7.0331; psi_FF = 4.3432;

% Lineares Modell all = -c_MR*c_GR/R_R - 2*k_MR*omega_R_b-c_muR; $a31 = -2*k_FR*r_R*omega_R_b;$ a32 = m_G*g*r_V; $a33 = -c_muH;$ ass = -c_mun; asd = -c_MS*c_GS/R_S; a44 = -c_MS*c_GS/R_S - 2*k_MS*omega_S_b - c_muS; $a61 = c_MR*c_GR/R_R;$ $a62 = -k_FS*omega_S_b^2*r_V;$ a64 = 2*k_FS*r_S*omega_S_b; $a66 = -c_muV;$ $A0 = \begin{bmatrix} a11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 00; 0; a31 a32 a33 a34 0 0; 0 0 0 a44 0 0 0 0 00; 1; 0 a61 a62 0 a64 0 a66]; $B0 = [c_MR/R_R]$ 0; 0 0; 0 c_MS/R_S ; 0 c_MS/R_S ; 0]; 0 -c_MR/R_R THETA = diag([theta_R, 1, theta_H, theta_S, 1, theta_zyl+theta_V1+m_G*r_H^2]); A = inv(THETA) * A0;B = inv(THETA)*B0; C = [0 k_messH 0 0 0 0;

phistart_V = 0;

C.2 HeliTest.m

```
%Run the helicopter simulation
if(`exist('phistart_H') | `exist('phistart_V') )
error('Please specify phistart_H and phistart_V before running HeliTest');
return;
end
disp('Simulation wird gestartet!');
figure(1);
sim('Heli_Sim');
plot(t,Usphi, '-.', t, Uspsi,'-.', t, Uphi, '-', t, Upsi, '-');
xlabel('Zeit t');
ylabel('Zeit t');
ylabel('Amplitude');
title('Sprünge auf beide Rotoren');
legend('Sprung auf U_{\phi}', 'Sprung auf U_{\psi}',...
'Winkel \phi in [V]', 'Winkel \psi in [V]',1);
```

C.3 reduce.m

```
function [out] = reduce(in)
% cuts away entries in the vector that are smaller than some relative
% accuracy.
n = length(in);
maxin = max(abs(in));
epsilon = 1e-8;
for i=1:n
    if (abs(in(i)) < epsilon*maxin)
        in(i) = 0;
    end
end
out = in;
return;</pre>
```

$C.4 \quad Heli_data_log.m$

% Heli_data_log.m
% Lädt die Messungen auf den Host-PC via FTP.
%
% (c) Marc Osswald, Sept 2009

file = 'heli_record.csv'; ftp_object = ftp('autx20-02'); mget(ftp_object,file); data = csvread(file,1,0); PHI_desired = data(:,1); PHI_actual = data(:,2); PSI_desired = data(:,3); PSI_actual = data(:,4); % define file name % set ftp server address % get the data % read the data % desired phi % actual phi % desired psi % actual psi

% TODO: Add your code here