



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institute for
Dynamic Systems and Control



Institut für Dynamische Systeme
und Regelungstechnik

Praktikum Mess- und Regeltechnik

Anleitung zum Versuch

Ball On Wheel

Autoren

Florian Volken
Florian Zurbriggen
Daniel Ambühl
Simon Wieser

Oktober 2015

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
1.1	Ziele des Versuchsablauf	2
1.2	Hardwareaufbau	2
1.3	Software	3
2	Sicherheitshinweise	3
3	System/Strecke	4
3.1	Bewegungsgleichungen	5
3.2	Linearisieren	6
3.3	Ordnungsreduktion	6
3.4	Normierung	6
3.5	Analyse des linearisierten Modells	7
3.5.1	Pole und Nullstellen	7
3.5.2	Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit	7
4	System starten	8
5	Grundelemente des Loop-Shapings	9
5.1	Verstärkung	9
5.2	Nullstellen	9
5.3	Pole	9
5.4	Lead und Lag Elemente	9
5.5	Offene Integratoren	9
5.6	Nyquistkriterium	10
6	Regelteil A: Kaskadenregelung mit zwei SISO-Loops	10
6.1	Regelung der Winkelposition	10
6.1.1	Der Mensch als Regler	10
6.1.2	Anleitung zum Versuch	11
6.1.3	Spezifikationen für χ -Loop	11
6.1.4	Tipps zur Auslegung des χ -Loops	11
6.1.5	SISO Design Tool	11
6.1.6	Anleitung zum Versuch	12
6.2	Regelung der Drehzahl	13
6.2.1	Manuelle Regelung in der Kaskade	13
6.2.2	Spezifikationen für den ψ -Loop	13
6.2.3	Tipps zur Auslegung des ψ -Loops	13
6.2.4	Anleitung zum Versuch	13
7	Regelteil B: LQG/LTR	14
7.1	Funktionsweise von LQG/LTR	14
7.2	Versuchsablauf	14
7.2.1	Ideale Zustandsrückführung	15
7.2.2	Zustandsbeobachter	16
8	Vergleich	17

1 Einleitung

Der Versuchsablauf besteht aus zwei Teilen:

1. Ein Theorieteil (Kapitel 1–3), der sich mit der Modellierung und der Analyse des Systems befasst. Dieser Teil wird vorbereitend zum Versuch gelesen, und die Aufgaben mit Hilfe des vorbereiteten M-Files¹ gelöst.
2. Ein praktischer Teil (Kapitel 4–6), in dem die eigentliche Regelung realisiert wird.

1.1 Ziele des Versuchsablauf

- Die Ergebnisse der Systemanalyse sollen am realen System beobachtet werden können.
- Ein SISO-Regelkreis zur Stabilisierung des Balls soll entwickelt werden.
- Mit einer Kaskadenregelung soll die Drehzahl vorgegeben werden können.
- Ein LQG/LTR Regler wird entworfen und die Ergebnisse mit der Kaskadenregelung verglichen.

1.2 Hardwareaufbau

Der zentrale Teil des mechanischen Systems ist das Rad mit dem Ball, der sich in Umfangrichtung bewegen kann. Das Rad wird von einem Elektromotor angetrieben. Über eine I/O-Karte kann am Verstärker des Motors eine Spannung angelegt werden. Dieser generiert über einen internen Stromregler einen Motorstrom, der proportional zur angelegten Spannung ist. Da der Motorstrom proportional zum Drehmoment des Motors ist, ist das Moment also auch proportional zur Ausgangsspannung der I/O-Karte.

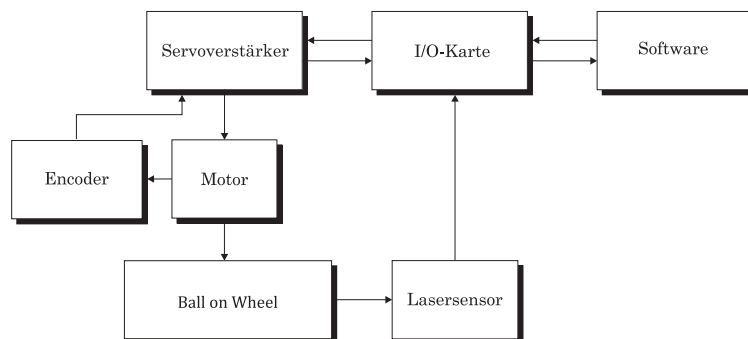


Abbildung 1: Kommunikation des Systems

Als Sensoren dienen ein Encoder, der die Drehzahl des Rades misst, und ein Lasersensor, der die Distanz vom Sensor zum Ball misst. Aus dieser Distanz wird die Winkelposition des Balls berechnet. Ein Kommunikationsschema ist in Abbildung 1 dargestellt.

¹<http://www.idsc.ethz.ch> → Education → Lectures → Control Laboratory → Ball on Wheel → Files

1.3 Software

Der ganze Versuch wird über Matlab gesteuert. Mit dem Tool 'Real-Time Windows Target' ist es möglich, das System in Echtzeit mittels Simulink-Modellen zu steuern. Dazu können vorprogrammierte Blöcke benutzt werden, um den einzelnen Ausgängen der I/O-Karte Werte zuzuweisen und Daten von den Eingängen zu lesen (Abbildung 2). Die Werte an den Ein- und Ausgängen sind zwischen -10 und 10 Volt und entsprechen den angelegten Spannungen an den jeweiligen Kanälen.

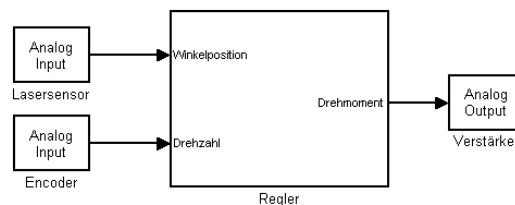


Abbildung 2: Simulink-Blöcke zur Ansteuerung der I/O-Karte

Die Studenten werden mit einer Benutzeroberfläche (GUI) durch den Versuch geführt. Diese vereinfacht den Versuchsablauf, so dass sich die Studenten auf die wesentlichen Aspekte konzentrieren können.

2 Sicherheitshinweise

Der Aufbau ist kein Spielzeug und sollte mit Vorsicht genutzt werden. Hände und Gegenstände sind vom Gerät fernzuhalten. Der benutzte Motor (Maxon EC60) kann mit dem zugehörigen Servoverstärker (Maxon DES 70/10) verhältnismässig hohe Beschleunigungen und Endgeschwindigkeiten (über 3000 rpm) erreichen. Allerdings wurden diesbezüglich softwareseitig Schranken eingebaut. Die maximale Drehzahl wurde so auf 600 rpm gesetzt. Damit der Motor nicht auf diese maximale Drehzahl beschleunigt, wenn der Ball herunterfällt, wurde noch ein Stopp-Regler softwareseitig eingebaut, der im genannten Fall das Rad stoppt. Dies erlaubt auch, dass der Ball nach dem Herunterfallen wieder auf das Rad gesetzt werden kann, ohne den Regler zu stoppen.

Hardwareseitig wurde ein sogenannter Enable-Schalter eingebaut, der nur dann ein Moment auf den Motor zulässt, wenn dieser auf Position ON steht. Im OFF-Modus dreht das Rad frei aus. Es wird dringend empfohlen, den Schalter während eines Versuchs immer in den Händen zu halten.

Als letzte Sicherheitsmassnahme wurde noch ein Not-Aus eingebaut, der die gesamte Stromzufuhr unterbricht. Dieser soll wirklich nur dann benutzt werden, wenn die anderen Schutzmassnahmen versagen.

3 System/Strecke

In diesem Kapitel sollen die Voraussetzungen für eine erfolgreiche Regelung des Systems erarbeitet werden. Dazu wird die Strecke (Abbildung 3) analysiert und die Ergebnisse interpretiert.

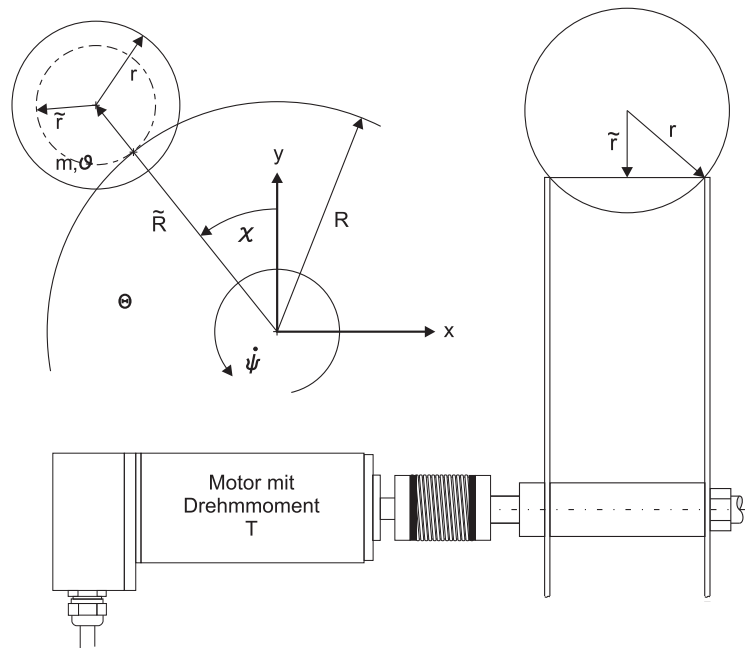


Abbildung 3: Aufbau des Systems

Das System hat folgende Struktur:

Eingang:	Motordrehmoment	T	[Nm]
Ausgänge:	Winkelposition des Balls	χ	[rad]
	Winkelgeschwindigkeit des Rades	$\dot{\psi}$	[rad/s]
Zustandsgrößen:	Winkelposition des Rades	ψ	[rad]
	Winkelgeschwindigkeit des Rades	$\dot{\psi}$	[rad/s]
	Winkelposition des Balls	χ	[rad]
	Winkelgeschwindigkeit des Balls	$\dot{\chi}$	[rad/s]

Mit zwei Ausgängen und einem Eingang handelt es sich bei dieser Strecke um ein SIMO-System mit vier Zustandsgrößen. Es steht also nur ein Stellsignal zur Verfügung, um zwei Ausgangssignale zu regeln.

3.1 Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichungen der Strecke sehen folgendermassen aus:

$$\ddot{\psi} = \frac{(\vartheta + m\tilde{r}^2) \cdot T + mgR\vartheta \sin(\chi)}{\Gamma} \quad (1)$$

$$\ddot{\chi} = \frac{R\vartheta \cdot T + mg \sin(\chi)(R^2\vartheta + \tilde{r}^2\Theta)}{\tilde{R}\Gamma} \quad (2)$$

wobei: $\Gamma := \Theta\vartheta + m(R^2\vartheta + \tilde{r}^2\Theta)$

ν ist der Reibungskoeffizient der Welle (welche hier aber vernachlässigt wird) und g die Erdbeschleunigung. Die anderen Parameter sind in Abbildung 3 ersichtlich.

Damit erhalten wir folgende Zustandsraumdarstellung:

Zustandsgrössen:

$$\begin{aligned} z_1 &= \psi \\ z_2 &= \dot{\psi} \\ z_3 &= \chi \\ z_4 &= \dot{\chi} \end{aligned}$$

Ausgänge:

$$\begin{aligned} w_1 &= \dot{\psi} \\ w_2 &= \chi \end{aligned}$$

Eingang:

$$v = T$$

Systembeschreibung:

$$\begin{aligned} f_1 &= \dot{z}_1 = z_2 \\ f_2 &= \dot{z}_2 = \frac{(\vartheta + m\tilde{r}^2) \cdot v + mgR\vartheta \sin z_3}{\Gamma} \\ f_3 &= \dot{z}_3 = z_4 \\ f_4 &= \dot{z}_4 = \frac{R\vartheta \cdot v + mg \sin z_3 (R^2\vartheta + \tilde{r}^2\Theta)}{\tilde{R}\Gamma} \end{aligned}$$

$$g_1 = w_1 = z_2$$

$$g_2 = w_2 = z_3$$

3.2 Linearisieren

Um mit diesem Modell arbeiten zu können, wird es in diesem Kapitel linearisiert. Als Betriebspunkt wird der obere Gleichgewichtspunkt $\vec{z}_{Btr} = \vec{0}$ gewählt. Die Linearisierung wird mit Hilfe von Jacobi-Matrizen durchgeführt:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial z_1} & \frac{\partial f_1}{\partial z_2} & \frac{\partial f_1}{\partial z_3} & \frac{\partial f_1}{\partial z_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial z_1} & \frac{\partial f_2}{\partial z_2} & \frac{\partial f_2}{\partial z_3} & \frac{\partial f_2}{\partial z_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial z_1} & \frac{\partial f_3}{\partial z_2} & \frac{\partial f_3}{\partial z_3} & \frac{\partial f_3}{\partial z_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial z_1} & \frac{\partial f_4}{\partial z_2} & \frac{\partial f_4}{\partial z_3} & \frac{\partial f_4}{\partial z_4} \end{pmatrix}_{\vec{z}_{Btr}=\vec{0}} & \tilde{B} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v} \\ \frac{\partial f_3}{\partial v} \\ \frac{\partial f_4}{\partial v} \end{pmatrix}_{\vec{z}_{Btr}=\vec{0}} \\ \tilde{C} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial z_1} & \frac{\partial g_1}{\partial z_2} & \frac{\partial g_1}{\partial z_3} & \frac{\partial g_1}{\partial z_4} \\ \frac{\partial g_2}{\partial z_1} & \frac{\partial g_2}{\partial z_2} & \frac{\partial g_2}{\partial z_3} & \frac{\partial g_2}{\partial z_4} \end{pmatrix}_{\vec{z}_{Btr}=\vec{0}} & \tilde{D} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial v} \\ \frac{\partial g_2}{\partial v} \end{pmatrix}_{\vec{z}_{Btr}=\vec{0}} \end{aligned}$$

Für das System ergeben sich daraus folgende Systemmatrizen:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mgR\vartheta \cos(\chi_{Btr})}{\Gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{mg \cos(\chi_{Btr})(R^2\vartheta + \tilde{r}^2\Theta)}{R\Gamma} & 0 \end{pmatrix} & \tilde{B} &= \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\vartheta + m\tilde{r}^2}{\Gamma} \\ 0 \\ \frac{R\vartheta}{R\Gamma} \end{pmatrix} \\ \tilde{C} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \tilde{D} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

3.3 Ordnungsreduktion

Hausaufgabe: Zeichnen Sie das Signalflussbild des Zustandsraummodells und reduzieren Sie das Modell um nicht relevante Zustandsgrößen.

Hausaufgabe: Begründen Sie diese Reduktion physikalisch.

3.4 Normierung

Das System wird nun mit folgenden Matrizen normiert:

$$T_x = \begin{pmatrix} \dot{\psi}_{norm} & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{max} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad T_u = T_{max} \quad T_y = \begin{pmatrix} \dot{\psi}_{norm} & 0 \\ 0 & \chi_{max} \end{pmatrix}$$

mit:

$$\begin{aligned}\dot{\psi}_{norm} &= 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \chi_{max} &= \frac{1}{4}\pi \text{ rad} \\ T_{max} &= 0.5850 \text{ Nm}\end{aligned}$$

Die neuen Systemmatrizen lauten:

$$A = T_x^{-1}\tilde{A}T_x \quad B = T_x^{-1}\tilde{B}T_u \quad C = T_y^{-1}\tilde{C}T_x \quad D = T_y^{-1}\tilde{D}T_u$$

Hausaufgabe: Warum wird für die Normierung der Winkelgeschwindigkeit nicht die maximale Drehzahl von 600 rpm gewählt?

3.5 Analyse des linearisierten Modells

In diesem Kapitel soll die Strecke mit Hilfe des vorbereiteten M-Files analysiert werden.

3.5.1 Pole und Nullstellen

Hausaufgabe: Berechnen Sie die Pole und die Nullstellen der einzelnen Übertragungsfunktionen und interpretieren Sie die Ergebnisse.

3.5.2 Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit

Hausaufgabe: Überprüfen Sie die Beobachtbarkeit und die Steuerbarkeit der Strecke.

Hausaufgabe: In Kapitel 6 wird als erstes nur die Winkelposition des Balls in einem SISO-Loop geregelt, d.h. die Drehzahl wird sozusagen nicht gemessen. Was bedeutet dies bezüglich Beobachtbarkeit? Ist das System ohne Messung der Drehzahl stabilisierbar? Was passiert also wenn die Drehzahl nicht gemessen wird?

4 System starten

Nach dem Starten des Computers wird in Matlab automatisch ein GUI (Graphical User Interface) geöffnet, in dem zu den verschiedenen Teilen des Versuchsablaufs navigiert werden kann.

Als erstes muss der Servoverstärker initialisiert/konfiguriert werden. Dies geschieht automatisch indem Sie auf '*Start Communication*' klicken.

5 Grundelemente des Loop-Shapings

Um die Reglerauslegung zu vereinfachen, werden nachfolgend Grundelemente des Loop-Shapings und ihre Auswirkung auf den Verlauf der Nyquistkurve gezeigt.

5.1 Verstärkung

Die Verstärkung kann als Streckfaktor der Nyquistkurve mit Streckzentrum im Ursprung betrachtet werden. Mit grosser Verstärkung bläht sich die Kurve auf, mit kleiner Verstärkung zieht sie sich um den Nullpunkt zusammen. Negative Verstärkungen bewirken eine Punktspiegelung am Ursprung.

5.2 Nullstellen

Eine minimalphasige Nullstelle bewirke einen zusätzlichen Amplitudenanstieg von 20dB/Dek bei Frequenzen oberhalb der Eckfrequenz. Gleichzeitig hebt sie bei diesen Frequenzen die Phase um 90 Grad an. Für den Nyquistplot heisst das, dass die Kurve nach der Nullstelle vom Ursprung aus aufgebläht wird und wegen des Phasengewinns im Gegenuhrzeigersinn gedreht wird.

5.3 Pole

Ein asymptotisch stabiler Pol verursacht einen Amplitudenabfall von 20dB/Dek und bringt einen Phasenverlust von 90 Grad bei Frequenzen oberhalb der Eckfrequenz. Die Nyquistkurve zieht sich also nach dem Pol Richtung Ursprung zusammen und wird im Uhrzeigersinn weggedrückt.

5.4 Lead und Lag Elemente

Lead und Lag Elemente sind eine Kombination von Pol und Nullstelle. Sie werden eingesetzt, um den Verlauf der Nyquistkurve lokal zu verändern, ohne die relative Ordnung des Reglers zu beeinflussen.

Eine Nullstelle und ein höherfrequenter Pol (Lead-Element) bringt einen Phasengewinn, also eine Drehung der Nyquistkurve im Gegenuhrzeigersinn, im Bereich zwischen Nullstelle und Pol. Wegen des lokal steigenden Amplitudengangs bläht sich die Kurve zwischen Nullstelle und Pol immer mehr auf.

Ein Pol und eine höherfrequente Nullstelle (Lag-Element) bringen einen lokalen Phasenverlust, also eine Drehung der Nyquistkurve im Uhrzeigersinn. Der Amplitudengang fällt in diesem Bereich ab, was ein lokales Zusammenziehen der Kurve bewirkt.

5.5 Offene Integratoren

Ein offener Integrator wird vor allem dazu verwendet, einen statischen Nachlauffehler zu eliminieren. Im Nyquistplot bewirkt er, dass die Kurve bei der Frequenz $\omega = 0$ im Unendlichen beginnt. Zusätzlich muss aber die Nyquistkurve den kritischen Punkt ein halbes Mal mehr im Gegenuhrzeigersinn umrunden, da ein offener Integrator ein grenzstabiler Pol ist (siehe Kap. 5.6).

5.6 Nyquistkriterium

Wenn die Nyquistkurve eines Systems den kritischen Punkt -1 je einmal im Gegenuhrzeigersinn für jeden instabilen und ein halbes Mal für jeden grenzstabilen Pol umrundet, dann ist der geschlossene Regelkreis dieses Systems asymptotisch stabil.

6 Regelteil A: Kaskadenregelung mit zwei SISO-Loops

Die Strecke des 'Ball on Wheel' besitzt einen Eingang und zwei Ausgänge. Dieses System soll so geregelt werden, dass der Ball immer auf dem Rad balanciert wird, also der Winkel χ muss stabilisiert werden. Zusätzlich soll die Drehzahl des Rades $\dot{\psi}$ vorgegeben werden können, also eine Folgeregelung.

Diese Regelaufgabe ist ein typisches Beispiel für MIMO-Regelung. Falls sich allerdings die Zeitkonstanten der beiden Übertragungsfunktionen des Systems (hier $P_1(s)$ und $P_2(s)$) deutlich unterscheiden, kann eine so genannte Kaskadenregelung die Regelaufgabe erfüllen. Dabei werden mehrere SISO-Loops kaskadiert, siehe Abb. 4.

Der innere SISO-Loop stabilisiert den Ball mit dem Regler $C_2(s)$. Übergeordnet wird dann ein SISO-Loop geschaltet. Die Strecke die diese Regelung sieht (P_{erw}) hat den Referenzwert $r_2 = \chi_{ref}$ als Eingang und die Drehzahl des Rades $\dot{\psi}$ als Ausgang. Diese erweiterte Strecke enthält den ersten SISO-Loop, was im Modell entsprechend berücksichtigt wird.

In einem ersten Schritt wird also die Stabilisierung des Balles vorgenommen, danach wird die Drehzahlregelung ausgelegt.

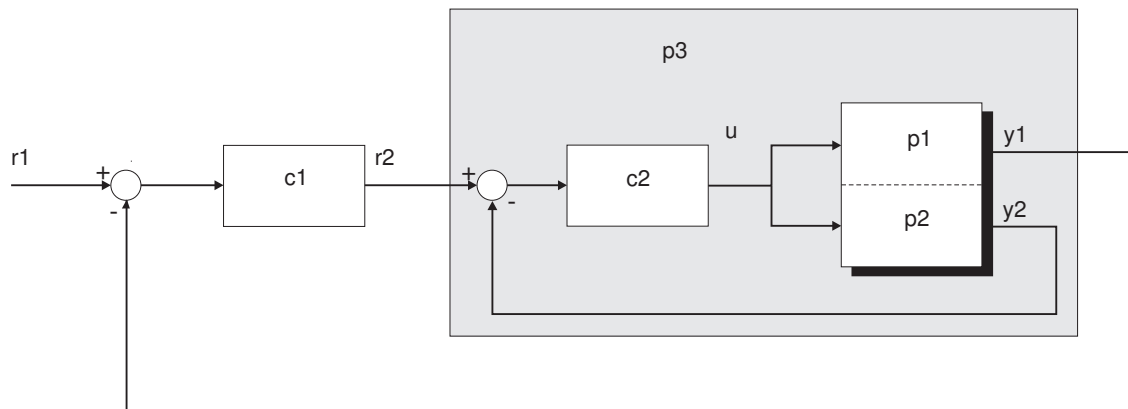


Abbildung 4: Kaskadenregelung, vgl. Fig 13.1, Analysis and Synthesis of Single-Input Single-Output Control Systems, L. Guzzella

6.1 Regelung der Winkelposition

6.1.1 Der Mensch als Regler

Um ein Gespür für das System zu entwickeln und die Geschwindigkeit des instabilen Pols zu erfahren, soll zuerst das Motordrehmoment mit einem Joystick direkt vorgegeben werden, um somit den Ball manuell zu stabilisieren, d.h. der Mensch operiert als Regler. Er nimmt über den Sensor 'Auge' die Ballposition wahr und gibt über den Joystick das Stellsignal an die Strecke zurück.

6.1.2 Anleitung zum Versuch

Klicken Sie im GUI auf *'Joystick auf Moment'* um das Simulink-Modell zu öffnen. Mit der Tastenkombination *'Ctrl+B'* wird aus dem Simulink-Modell C-Code generiert, welcher von der Hardware benötigt wird. Klicken Sie anschliessend in der Werkzeugleiste des Modells auf *'Run'* um zu starten, wie in Abbildung 5 angegeben.



Abbildung 5: Starten und Stoppen des Versuchs

Um den Versuch zu beenden, klicken Sie auf *'Stop'* und schliessen Sie das Simulink-Modell.

Der Mensch hat eine Totzeit von $\tau = 0.1 - 0.3$ s, die wie eine Nullstelle bei $\zeta = \frac{1}{\tau}$ interpretiert werden kann. Überlegen Sie sich anhand der Durchtrittsfrequenz, warum eine Regelung möglich bzw. unmöglich ist.

6.1.3 Spezifikationen für χ -Loop

Nun soll die Regelaufgabe des Menschen durch einen Regler übernommen werden:

- Der Regler soll den Ball stabilisieren.
- Die minimale Durchtrittsfrequenz sollte mindestens doppelt so gross sein wie der instabile Pol.
- Die Durchtrittsfrequenz des offenen Regelkreises ist nicht zu hoch zu wählen, weil das Stellsignal an die Strecke möglichst unterhalb der Aktuatorbegrenzung sein sollte.
- Das Regelsystem soll robust sein.

6.1.4 Tipps zur Auslegung des χ -Loops

- Um einen realisierbaren Regler zu erhalten, muss die relative Ordnung des Reglers mindestens 0 betragen.
- Der statische Nachlauffehler muss nicht verschwinden, da man das System nur stabilisieren will.
- Um allfälliges Messrauschen zu unterdrücken, kann ein Tiefpass verwendet werden.

6.1.5 SISO Design Tool

Das Loop-Shaping wird in diesem Versuch mit *'SISO Design Tool'* (im Folgenden einfach SISO-Tool) von Matlab durchgeführt. Beim Öffnen des SISO-Tools wird ein Fenster mit mehreren Registerkarten geöffnet. Im Register *'Control System'* kann mit dem Befehl *'Edit Architecture'* die Kontroll-Struktur angesehen und verändert werden. Für die Auslegung des Reglers kann die Standard-Struktur verwendet werden, wobei F und H jeweils eine Übertragungsfunktion von 1 haben müssen. G entspricht der Strecke und ist gegeben, C entspricht dem Controller (*'Compensator'*) und muss angepasst werden.

Für die Auslegung des Regles kann es hilfreich sein, anstelle des Root Locus Editors ein Nyquist Diagramm der Übertragungsfunktion $L(s)$ darzustellen. Mit dem Befehl *'New Plot - New Nyquist'* kann ein neues Nyquist Diagramm zur aktuellen Darstellung hinzugefügt werden. Damit auch wirklich die offene Übertragungsfunktion $L(s)$ abgebildet wird, muss unter *'Select Response to Plot'* die *'New Open-Loop Response'* ausgewählt werden, wobei

unter 'Specify the open-loop response at the following locations:' das Signal uc hinzugefügt werden muss.

Um den Regler C zu gestalten kann im Register 'Control System' im Fenster 'Controllers and Fixed Blocks' durch Doppelklick auf C der 'Compensator Editor' geöffnet werden. Dynamische Elemente können im Fenster 'Dynamics' verwaltet werden.

Hinweis: SISO-Tool wird in diesem Versuch über das GUI mit der entsprechenden Strecke geladen. Zuhause können Sie SISO-Tool mit der Strecke $P(s)$ im Command Window von Matlab über den Befehl `sisotool(P)` aufrufen.

6.1.6 Anleitung zum Versuch

Bemerkung: Im Folgenden werden die normierten Ein- und Ausgangsgrößen verwendet. Der Einfachheit halber werden sie allerdings mit den Variablenamen der physikalischen Größen notiert, also $u = T$ steht für $u = T/T_{max}$ usw.

In einem ersten Schritt muss der Ball stabilisiert werden. Dazu wird nur die Übertragungsfunktion P_2 vom Moment T auf die Winkelposition des Balls χ betrachtet und diese mit einem Regler C_2 stabilisiert (Abbildung 6).

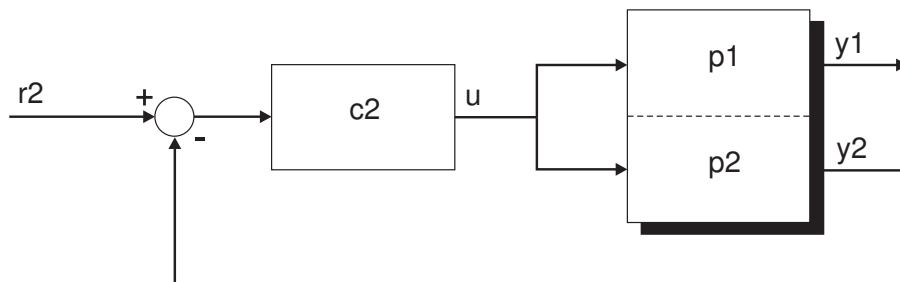


Abbildung 6: Regelsystem zur Stabilisierung des Balls

Um den ersten Regler auszulegen, klicken Sie im GUI auf 'SISO', es erscheint ein neues Fenster. Klicken Sie anschliessend auf 'Stabilisierung Ball'. Im folgenden Fenster werden die Pole und Nullstellen der Strecke angezeigt, über die Schaltfläche 'SISTOOL mit Strecke P2 starten...' soll mit dem SISO-Tool ein stabilisierender, robuster Regler ($C_2(s)$) für die Winkelposition des Balles entworfen werden (Abbildung 6).

Hinweis: Um die Dynamik der Strecke zu kompensieren, können gewisse Pol-/Nullstellenkürzungen vorgenommen werden. Achten Sie jedoch darauf, dass die interne Stabilität (vgl. Kap. 9.3, 12.2.2, Analysis and Synthesis of Single-Input Single Output Control Systems, L. Guzzella) gewährleistet ist.

Nachdem die Nyquistkurve den gewünschten Verlauf hat und die Spezifikationen (6.1.3) erfüllt sind, können Sie den Regler speichern. Klicken Sie dazu im SISO-Tool auf den Befehl 'Export', markieren Sie das Häkchen bei C und geben Sie unter 'Export as' einen Namen für den Regler ein. Klicken Sie anschliessend auf 'Export' und schliessen Sie das SISO-Tool.

Der entworfene Regler kann jetzt über das GUI geladen und mittels 'Regler an realer Strecke testen' getestet werden. Um das Simulink-Modell zu starten und zu beenden, gehen Sie wie im Kapitel 6.1.2 vor.

Beachten Sie die Drehzahl des Rades. Wie verhält sie sich? Was ist der Grund für das beobachtete Verhalten? Vergleiche Kap. 3.5.2.

Wenn der Regler erfolgreich getestet wurde, zeigen Sie das Resultat dem Assistenten und diskutieren Sie mit ihm das Verhalten der Drehzahl. Danach können Sie das Fenster (über den Button 'zurück (Regler $C_2(s)$ speichern)', damit Ihr entworfener Regler gespeichert wird zur Stabilisierung des Balls verlassen.

6.2 Regelung der Drehzahl

6.2.1 Manuelle Regelung in der Kaskade

Auch zur Regelung der Drehzahl wird zuerst der Mensch als Regler eingesetzt. Er gibt als Eingang der erweiterten Strecke P_{erw} , welche die Winkelregelung C_2 beinhaltet, den (Winkel-)Sollwert und damit die gewünschte Winkelposition des Balls vor. Der Streckenausgang ist die Drehzahl des Rades ψ .

Versuchen Sie die Strecke auf eine bestimmte Drehzahl möglichst genau zu regeln. Die neue Strecke hat eine nicht-minimalphasige Nullstelle. Wie macht sich diese bemerkbar?

Um den Versuch zu starten, klicken Sie im GUI auf 'Der Mensch in der Kaskade'. Es öffnet sich ein Simulink-Modell, dass Sie wie im Kapitel 6.1.2 starten und beenden können.

6.2.2 Spezifikationen für den ψ -Loop

- Das System soll stabilisiert werden.
- Das System soll robust sein.
- Es soll Drehzahl vorgegeben werden können und der statische Nachlauffehler soll verschwinden.
- Die maximale Durchtrittsfrequenz muss kleiner sein als die nichtminimalphasige Nullstelle der erweiterten Strecke, da der Regler sonst auf 'Undershoots' reagiert, welche für nichtminimalphasige Nullstellen typisch sind.

6.2.3 Tipps zur Auslegung des ψ -Loops

- Um einen realisierbaren Regler zu erhalten, muss die relative Ordnung des Reglers mit Streckeninvertierung mindestens 0 betragen.
- Die Durchtrittsfrequenz sollte nicht zu hoch gewählt werden. Der Regler reagiert sonst zu aggressiv, was am Motor deutlich zu hören ist.

6.2.4 Anleitung zum Versuch

Mit dem entworfenen Regler C_2 ist nun die Winkelposition des Balls stabil. In einem zweiten Schritt wird die Drehzahl geregelt. Dazu wird der χ -Loop mit der Strecke P_1 in einer erweiterten Strecke P_{erw} zusammengefasst. Diese besteht aus einer Serieschaltung des Reglers C_2 - mit der Strecke P_2 in der negativen Rückführung - und der Strecke P_1 (Abbildung 4).

Der Regler wird wie in Kapitel 6.1 entworfen. Klicken Sie im GUI auf 'Kaskadenregelung', daraufhin öffnet sich ein Fenster.

Der Reglerentwurf wird wieder mit dem SISO-Tool durchgeführt und der Regler wie vorhin gespeichert. Der entworfene Regler kann nun mit der gesamten Strecke analog zu Kapitel 6.1 getestet werden.

Um den Regelteil A zu beenden, gehen Sie im GUI zurück zum Hauptmenü.

7 Regelteil B: LQG/LTR

7.1 Funktionsweise von LQG/LTR

Im zweiten Regelteil wird das System mit einem LQG-Regler geregelt. Dieser Regler ist das Resultat des folgenden Gütekriteriums:

$$J(x(t), u(t)) = \int_{t=0}^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt$$

Dabei wird $J(x(t), u(t))$ minimiert. Die Matrix Q ist eine Diagonalmatrix, die die Abweichung der einzelnen Zustandsgrößen vom Sollwert gewichtet. R bestimmt, wie stark die Stellgröße u bei der Minimierung gewichtet werden soll. Das heisst, für grosse R fällt u stärker ins Gewicht und wird vom Regler entsprechend klein gehalten.

Eine Lösung für das Optimierungsproblem kann mit Hilfe einer Riccati-Gleichung gefunden werden. Aus dieser Lösung wird die Reglerverstärkungsmatrix K berechnet werden, welche den Zustandsvektor des Systems in das optimale Stellsignal transformiert (7). Diese Anordnung stabilisiert die Strecke und bringt eine garantierte Phasenreserve von mindestens 60 Grad.

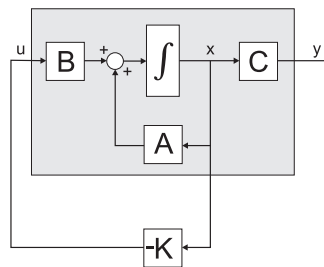


Abbildung 7: Ideale Zustandsrückführung

Das Problem an der idealen Zustandsrückführung ist, dass auf die Zustandsgrößen eines realen Systems oft nicht direkt zugegriffen werden kann und sie somit nicht rückführbar sind. Dieses Problem kann gelöst werden, indem die (lineare) Strecke simuliert wird. Da dieser Beobachter ein Teil der Software ist, kann man auf seine Zustandsgrößen zugreifen und diese rückführen.

Allerdings weicht das Modell von der realen Strecke ab. Dadurch entfernen sich die geschätzten Zustandsgrößen des Modells immer mehr von denen der realen Strecke. Um diese Abweichung laufend zu korrigieren, werden die geschätzten Ausgänge des Modells mit den gemessenen Ausgängen der realen Strecke verglichen. Über den daraus resultierenden Fehler und die Beobacherverstärkungsmatrix L wird der Beobachter laufend der realen Strecke angepasst (Abbildung 8).

Das System bestehend aus Zustandsregler und Beobachter hat keine garantierte Phasen- und Verstärkungsreserve!

7.2 Versuchsablauf

Das Ziel dieses Regelteils ist es, die Tuning-Parameter für den LQG-Regler zu setzen. Das daraus resultierende Regelsystem wird automatisch berechnet. Um den zweiten Teil des Versuchs zu starten, klicken Sie im Hauptmenü des GUI auf 'LQG/LTR'. In einem neuen Fenster kann der Regler ausgelegt werden. Geben Sie hier die Werte für die Tuning-Parameter ein. Die Frequenzgänge des offenen Regelkreises L , des geschlossenen Regelkreises T und der Empfindlichkeit S können hier aufgezeichnet werden. Es werden folgende Schranken empfohlen:

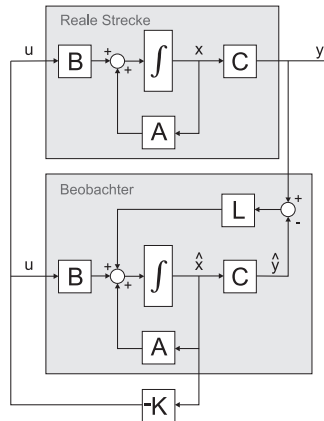


Abbildung 8: Zustandsrückführung mit Beobachter

- Resonanzüberhöhung von T höchstens 6dB
- Empfindlichkeit S immer kleiner als 3dB
- Durchtrittsfrequenz anhand des instabilen Pols

7.2.1 Ideale Zustandsrückführung

Hier wird zuerst der ideale Zustandsregler mit der Matrix K ausgelegt. Dazu müssen folgenden Parametern Werte zugewiesen werden:

Bestrafung der Zustandsgrößen:

Mit der Diagonalmatrix Q wird festgelegt, wie stark die Abweichungen der einzelnen Zustände vom Sollwert bestraft werden sollen. Je höher der Wert des entsprechenden Diagonalelements ist, umso aggressiver wird die Zustandsgröße auf den Sollwert geregelt. Die Höhe eines Wertes wird immer relativ zu den anderen Bestrafungen betrachtet.

Das erste Diagonalelement gewichtet in diesem Fall den Integrator eines PI-Elements, mit dem die Strecke erweitert wurde. Dieses PI-Element soll statische Nachlauffehler in der Drehzahl verhindern. Weil dieser Integrator keine physikalische Zustandsgröße darstellt und sein Wert deshalb nicht von Interesse ist, sollte er eher gering bestraft werden. Die weiteren Diagonalelemente gewichten in dieser Reihenfolge die Drehzahl, die Winkelposition des Balls und die Winkelgeschwindigkeit des Balls.

Cheap und Expensive Control:

Die Matrix R wird typischerweise als ρI festgelegt. Damit gewichtet der Parameter ρ das Stellsignal. Wird ρ gross gewählt (Expensive Control) versucht der Regler, das Stellsignal klein zu halten. Wird ρ klein gewählt (Cheap Control) lässt der Regler grosse Stellsignale zu. Der Parameter ρ bestimmt also die Bandbreite und damit die Aggressivität der Reglers. Hier ist darauf zu achten, dass das Stellsignal im Rahmen der Aktuatorbegrenzung liegt, die durch das maximale Drehmoment des Motors gegeben ist.

7.2.2 Zustandsbeobachter

Sobald der ideale Zustandsregler ausgelegt ist, kann der Beobachter entworfen werden. Hier gibt es zwei Parameter zu setzen.

Transfer Recovery

Weil der Beobachter nicht genau der realen Strecke entspricht, geht bei der Zustandsrückführung Robustheit verloren. Um die Robustheit wieder zu erhöhen, wird der Tuning-Parameter β eingeführt. Je höher β ist, umso mehr Robustheit wird zurückgewonnen. β liegt typischerweise zwischen 2 und 5.

Anpassung der Bandbreite des Beobachters

Mit dem Parameter μ wird festgelegt, wie schnell die Zustände des Beobachters denen der realen Strecke angepasst werden. Je kleiner μ ist, umso stärker wird die Messung gewichtet. Die Durchtrittsfrequenz des gesamten Regelsystems nähert sich also durch verkleinern von μ jener des Systems mit Zustandsregler an. Bei grossem μ wird die Messung geringer gewichtet. Dies ist zum Beispiel bei starkem Rauschen erwünscht, da der Beobachter als Filter wirkt.

Nach der Auslegung des Beobachters muss die Stabilität des Gesamtsystems nochmals überprüft werden. Danach kann der Regler wie gewohnt an der Strecke getestet werden.

8 Vergleich

Vergleichen Sie die die Kaskadenregelung und LQG/LTR in Bezug auf

- Aufwand bei der Auslegung
- Möglichkeiten zum Reglerentwurf
- Regelgüte der Drehzahl bzw. der Winkelposition
- Robustheit