

Übersicht

- **Wellen aller Art...**
- **Rückblick Schichtwellenleiter**
- **Dämpfung**
- **Optische Wellenleiter: Ausführungsformen**
- **Moden der Stepindexfaser**

Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

Optische Wellenleiter

Es geht darum, Licht gezielt zu führen

Freie Wellen: Ebene Welle

Lösung der Maxwell-Gleichungen ohne Randbedingungen

Leitungswellen: Drahtwellen, TEM

Lösung der Leitungs-Gleichungen, 1D

Hohlleiterwellen: Mehrere Typen (Moden)

Lösung der Maxwell-Gleichungen mit Randbedingungen, 1 Feldgebiet, 2D

Schichtwellenleiter: Mehrere Moden

Lösung der Maxwell-Gleichungen mit Randbedingungen, n Feldgebiete, 1D

Optische Fibern: Mehrere Moden

Lösung der Maxwell-Gleichungen mit Randbedingungen, n Feldgebiete, 2D

Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

Freie Wellen

$$\underline{E}_x(z) = \underline{E}_0 \cdot e^{-jkz}$$

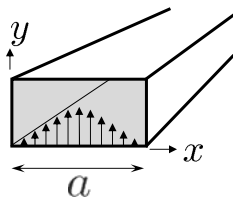
$$\vec{E} \quad \vec{H} \quad \underline{H}_y(z) = \frac{\underline{E}_0}{Z_w} \cdot e^{-jkz}$$

Leitungswellen

$$\underline{U}(z) = \underline{U}_0^\pm \cdot e^{\mp\gamma z}$$

$$\underline{I}(z) = \pm \frac{\underline{U}_0^\pm}{Z_0} \cdot e^{\mp\gamma z}$$

Hohlleiterwellen



$$\underline{H}_z(x, z) = \underline{H}_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z}$$

$$\underline{H}_x(x, z) = \underline{H}_0 \frac{j\beta}{\frac{\pi}{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z} \quad \text{TE}_{10}$$

$$\underline{E}_y(x, z) = \underline{H}_0 \frac{-j\omega\mu}{\frac{\pi}{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z}$$

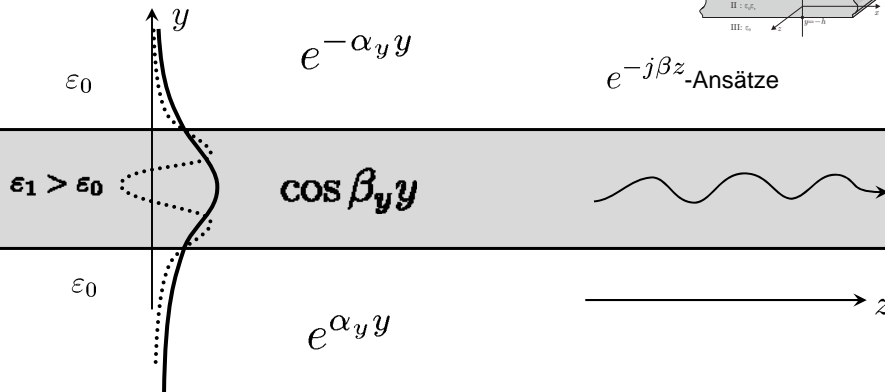
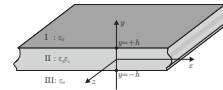
$$\beta^2 + \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 = \omega^2\mu\epsilon$$

(4.35...)

Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchmann

Schichtwellenleiter



Randbedingungen \rightarrow Transzendenter Zusammenhang zwischen α_y, β_y, β

Maxwell-Gleichungen \rightarrow

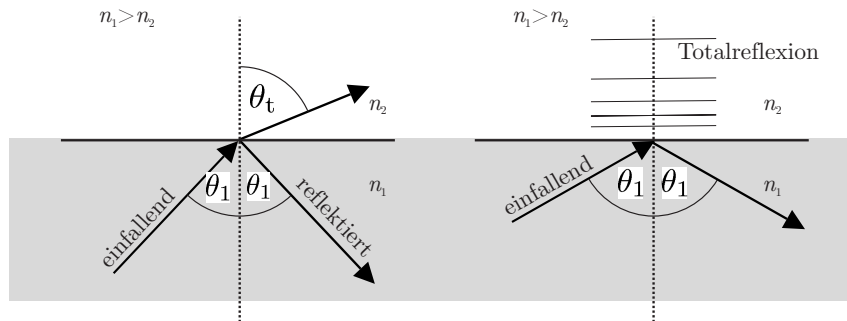
Feldverteilung: $\underline{E}_z(y)$ \rightarrow Moden

Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchmann

Schichtwellenleiter

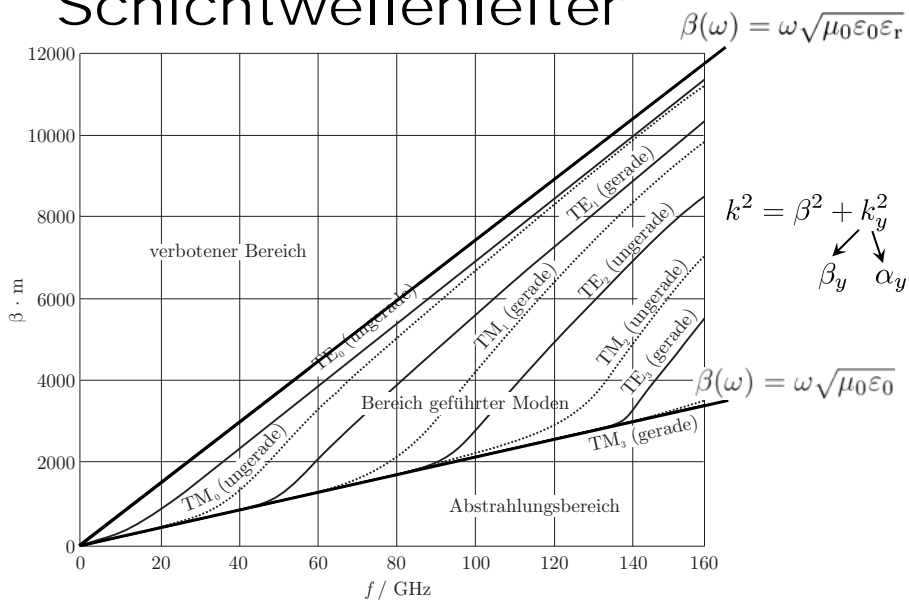
Erklärung auch mit Totalreflexion



Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

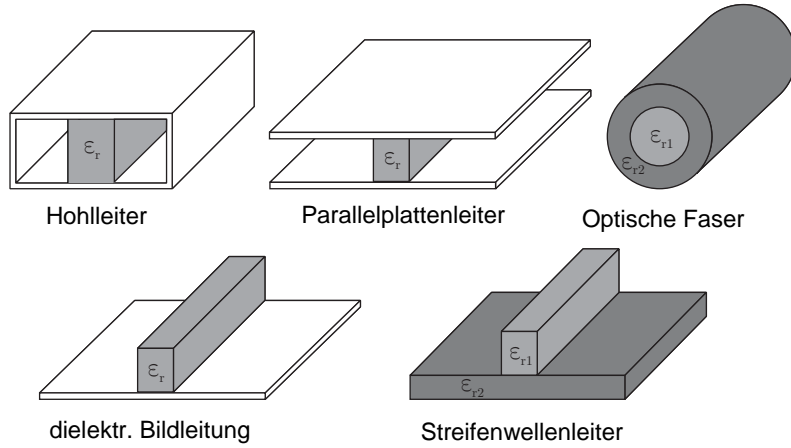
Schichtwellenleiter



Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

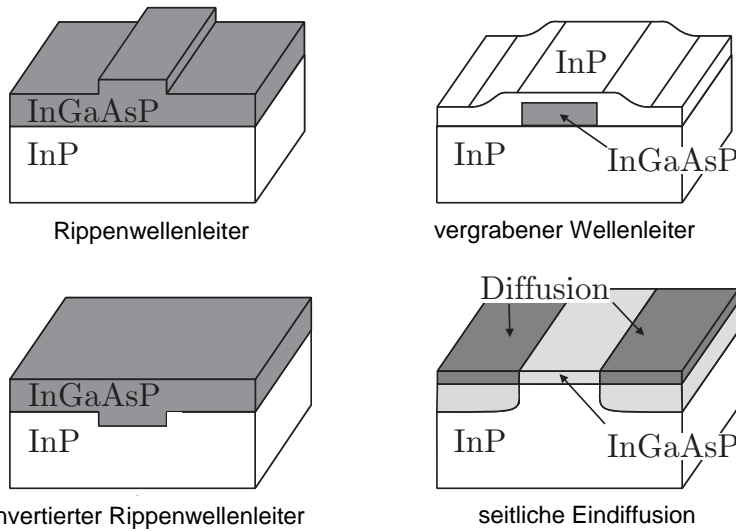
Optische Wellenleiter



Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

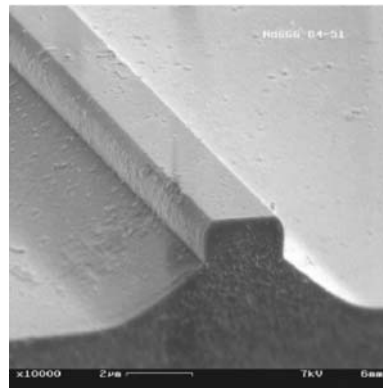
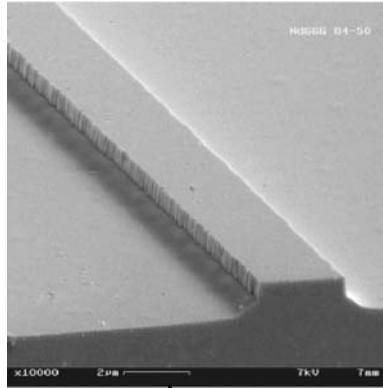
Optische Wellenleiter aus InGaAsP



Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

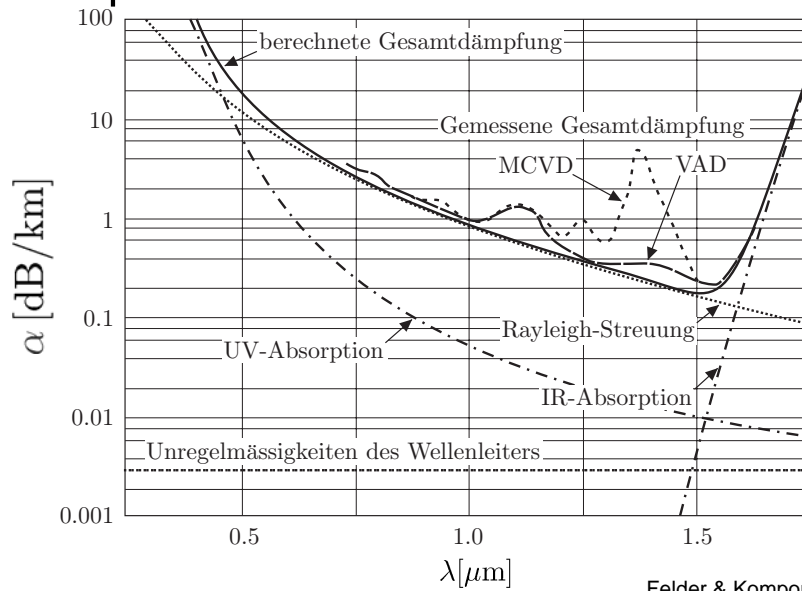
Optische Wellenleiter aus anisotropem TiO_2



Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchmann

Optische Wellenleiter



Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchmann

Optische Fibern: Dämpfung

Dämpfungskoeffizient $P \sim \Re \iint_{\text{Querschnitt}} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{F} \quad e^{-(\alpha+j\beta)z} \cdot e^{-(\alpha-j\beta)z} = e^{-2\alpha z}$

$$\frac{\text{dB}}{\text{BL}} \xrightarrow{\text{Bezugs-Länge}} \alpha := -\frac{10}{\Delta z} \lg \frac{P(z_0 + \Delta z)}{P(z_0)} \left[\frac{\text{m}}{\text{BL}} \right] = -\frac{10}{\Delta z} \lg \frac{P(z_0) e^{-2\alpha \Delta z}}{P(z_0)} \left[\frac{\text{m}}{\text{BL}} \right]$$

$$= -\frac{10}{\Delta z} \cdot (-2\alpha \Delta z) \lg e \left[\frac{\text{m}}{\text{BL}} \right] = 20 \lg e \cdot \alpha \left[\frac{\text{m}}{\text{BL}} \right] \approx 8.686 \cdot \alpha \left[\frac{\text{m}}{\text{BL}} \right]$$

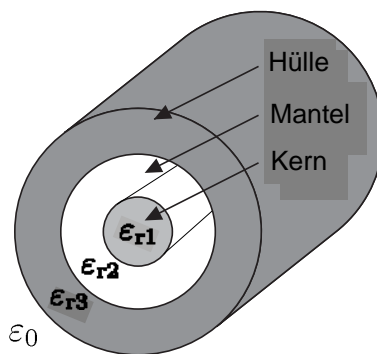
Dämpfungskonstante $\alpha \leftarrow \frac{N_p}{\text{m}}$

Diverse physikalische Effekte für Dämpfung verantwortlich

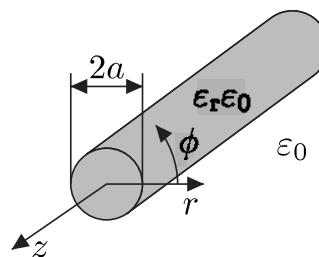
Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

Optische Faser



Optische Faser

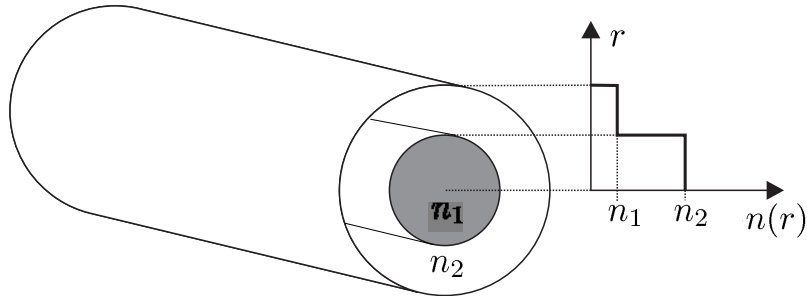


Stabwellenleiter

Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

Optische Wellenleiter



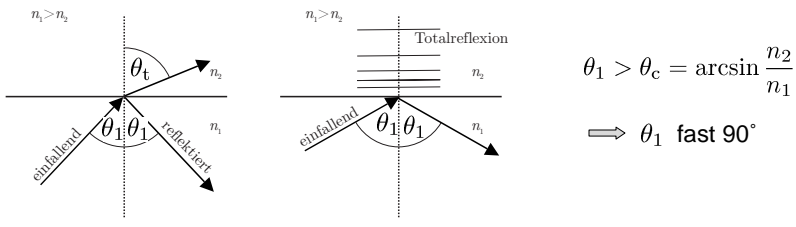
	Multimodefaser	Monomodefaser
Kerndurchmesser	0.05...0.1 mm	0.008 mm
Aussendurchmesser	0.125...0.2 mm	0.125 mm
Brechzahl differenz	1%...2%	0.1%...0.25%

$$\Delta n = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

Felder & Komponenten II

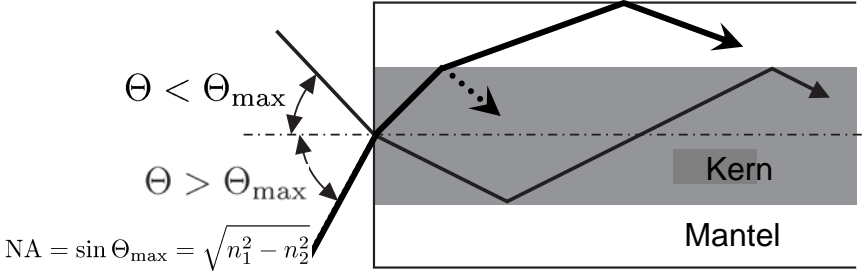
Copyright: Pascal Leuchmann

Optische Wellenleiter: Einkopplung



$$\theta_1 > \theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

⇒ θ_1 fast 90°



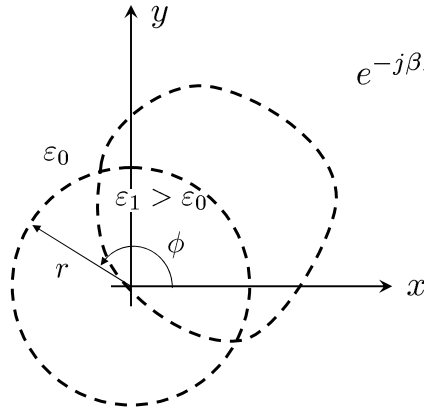
$$NA = \sin \Theta_{\max} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

numerische Apertur

Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchmann

Optische Wellenleiter



$e^{-j\beta z}$ -Ansätze

numerische Simulation

- Feld stetig auf Grenze
- Feld abfallend weit weg

"analytische" Lösung möglich

- Ansatz innen wie Rundhohlleiter
- Ansatz aussen ??

Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

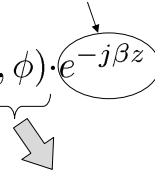
Mathematische Herleitung der Moden: Stabwellenleiter

Maxwell-Gleichungen $\Rightarrow (\Delta + \omega^2 \mu \epsilon) \underline{F}(r, \phi, z) = \underline{0}$



Längs-Ausbreitung

3D-Ansatz: $\underline{F}(r, \phi, z) = \underline{f}(r, \phi) \cdot e^{-j\beta z}$



2D-Helmholtz-Gleichung in der Querschnittsebene $(\Delta + k_c^2) \underline{f}(r, \phi) = \underline{0}$

$$k_c^2 = \omega^2 \mu \epsilon - \beta^2$$

Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

Zylinderfunktionen (Besselfunktionen)

Differentialgleichung

$$\left(r^2 \frac{d^2}{dr^2} + r \frac{d}{dr} + (r^2 k_c^2 - m^2) \right) R(r) = 0$$

$$R(r) = J_m(k_c r) \quad \text{Bessel}$$

$$R(r) = Y_m(k_c r) \quad \text{Neumann}$$

$$R(r) = H_m^{(1)}(k_c r) = J_m + jY_m \quad \text{Hankel}$$

$$R(r) = H_m^{(2)}(k_c r) = J_m - jY_m$$

$$R(r) = K_m(-jk_c r) = j^{m+1} \frac{\pi}{2} H_m^{(1)}(k_c r)$$

$$R(r) = I_m(-jk_c r) = (-j)^m J_m(k_c r)$$

$$\left(\frac{d^2}{dy^2} + k_c^2 \right) \Upsilon(y) = 0$$

$$\Upsilon(y) = \cos k_c y = \cos \beta_y y$$

$$\sin k_c y = \sin \beta_y y$$

$$e^{jk_c y} = \cos k_c y + j \sin k_c y$$

$$e^{-jk_c y} = \cos k_c y - j \sin k_c y$$

$$\cosh \alpha_y y = \frac{e^{\alpha_y y} + e^{-\alpha_y y}}{2}$$

$$e^{\alpha_y y} \quad \alpha_y = jk_c$$

Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchmann

Mathematische Herleitung der Moden: Stabwellenleiter (2)

Schwingungsgleichung

$$(\Delta + k_c^2) f(r, \phi) = 0 \quad k_c^2 = \omega^2 \mu \epsilon - \beta^2$$

$$f \sim J_m(k_c r) \cos m\phi \rightarrow \text{Besselfunktion}$$

$$f \sim K_m(jk_c r) \cos m\phi \rightarrow \text{mod. Hankelfunktion}$$

singulär für $r = 0$

$$\underline{E}_\phi = \frac{j}{k_c^2} \left(-\frac{\beta}{r} \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial \phi} + \omega \mu_0 \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r} \right) \quad \text{Stetigkeitsbedingungen}$$

$$\underline{H}_\phi = -\frac{j}{k_c^2} \left(\omega \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial r} + \frac{\beta}{r} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial \phi} \right) \Rightarrow \text{hom. Gleichungssystem}$$

Felder & Komponenten II

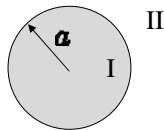
Copyright: Pascal Leuchmann

Mathematische Herleitung der Moden: Stabwellenleiter (3)

$$\underline{E}_z(r, \phi) = \underline{C}_E \cdot J_m(k_c r) \cdot \begin{cases} \cos m\phi \\ \sin m\phi \end{cases} \quad \text{Dito für } \underline{H}_z(r, \phi)$$

und/oder

$$\underline{E}_z(r, \phi) = \underline{C}_E \cdot K_m(jk_c r) \cdot \begin{cases} \cos m\phi \\ \sin m\phi \end{cases}$$



$$\underline{E}_\phi = \frac{j}{k_c^2} \left(-\frac{\beta}{r} \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial \phi} + \omega \mu_0 \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial r} \right)$$

$$\underline{H}_\phi = -\frac{j}{k_c^2} \left(\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial r} + \frac{\beta}{r} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial \phi} \right)$$

$$\underline{E}_{zI}(r, \phi) = \underline{C}_{EI} J_m(k_{cI} r) \cos m\phi \quad k_{cI}^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{rI} \mu_0 - \beta^2 \geq 0$$

$$\underline{H}_{zI}(r, \phi) = \underline{C}_{HI} J_m(k_{cI} r) \sin m\phi$$

$$\underline{E}_{zII}(r, \phi) = \underline{C}_{EII} K_m(jk_{cII} r) \cos m\phi \quad k_{cII}^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{rII} \mu_0 - \beta^2 \leq 0$$

$$\underline{H}_{zII}(r, \phi) = \underline{C}_{HII} K_m(jk_{cII} r) \sin m\phi$$

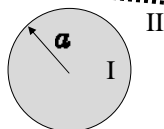
Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

Mathematische Herleitung der Moden: Stabwellenleiter (4)

$$\begin{bmatrix} J_m(u) & 0 & -K_m(w) & 0 \\ 0 & J_m(u) & 0 & -K_m(w) \\ \frac{\beta m}{u^2} J_m(u) & \frac{\omega \mu_0}{u} J_m'(u) & \frac{\beta m}{w^2} K_m(w) & \frac{\omega \mu_0}{w} K_m'(w) \\ \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{rI}}{u} J_m'(u) & \frac{\beta m}{u^2} J_m(u) & \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{rII}}{w} K_m'(w) & \frac{\beta m}{w^2} K_m(w) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{C}_{EI} \\ \underline{C}_{HI} \\ \underline{C}_{EII} \\ \underline{C}_{HII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= M$$



$$u := k_{cI} a, \quad w := jk_{cII} a$$

Setze $r = a$

$$\det M = f(\beta) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\underline{E}_{zI}(r, \phi) = \underline{C}_{EI} J_m(k_{cI} r) \cos m\phi \quad k_{cI}^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{rI} \mu_0 - \beta^2 \geq 0$$

$$\underline{H}_{zI}(r, \phi) = \underline{C}_{HI} J_m(k_{cI} r) \sin m\phi$$

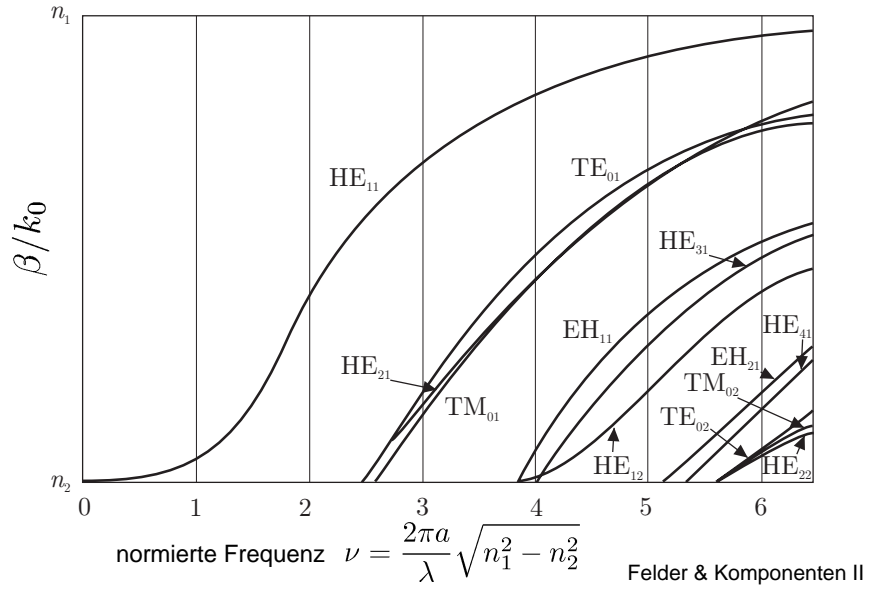
$$\underline{E}_{zII}(r, \phi) = \underline{C}_{EII} K_m(jk_{cII} r) \cos m\phi \quad k_{cII}^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{rII} \mu_0 - \beta^2 \leq 0$$

$$\underline{H}_{zII}(r, \phi) = \underline{C}_{HII} K_m(jk_{cII} r) \sin m\phi$$

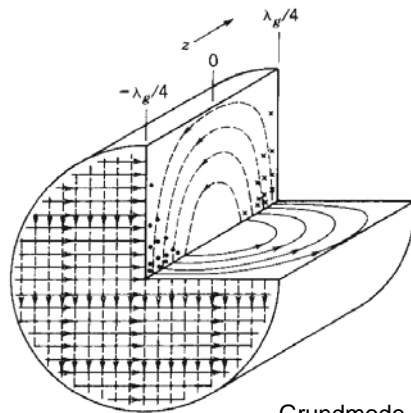
Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

Optische Wellenleiter



Optische Wellenleiter Feldbilder



HE₁₁

— : E-Linien

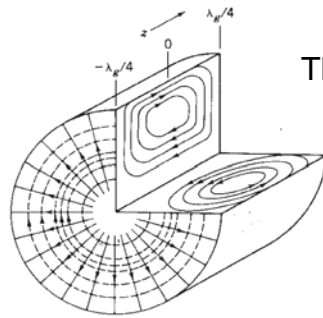
----- : H-Linien

Grundmode
Energie im Zentrum konzentriert

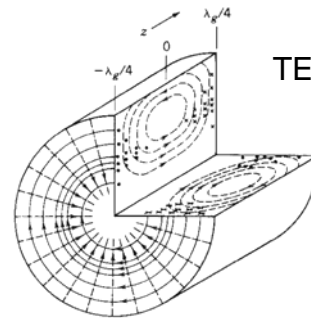
Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

Optische Wellenleiter Feldbilder



TM₀₁



TE₀₁

—— : E-Linien

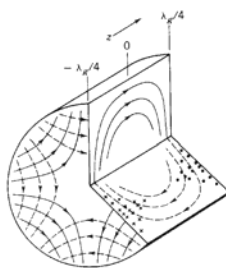
----- : H-Linien

Rotationssymmetrisches Feld

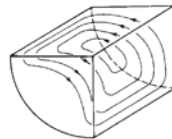
Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

Optische Wellenleiter Feldbilder



HE₂₁



HE₃₁

—— : E-Linien

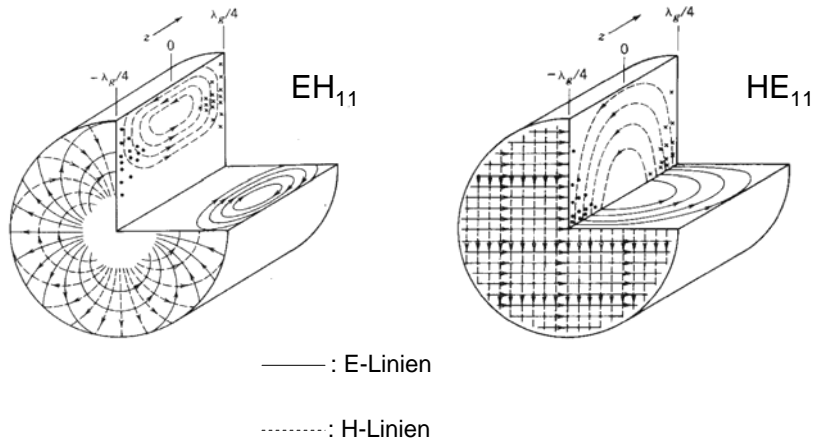
----- : H-Linien

Erster Index zählt
Nullstellen in ϕ -Richtung

Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchtmann

Optische Wellenleiter Feldbilder



Felder & Komponenten II

Copyright: Pascal Leuchmann