

Inhaltsverzeichnis

1 Leistung im Wechselstromsystem	2
1.1 Leistung im einphasigen Netzwerk	2
1.2 Symmetrische Dreiphasensysteme	2
1.3 Leistung im sym. Dreiphasensystem	3
1.4 Einphasiges Ersatzschaltung	4
2 Transformatoren	5
2.1 Einphasiger Transformator	5
2.1.1 Ideales Transformatormodell	5
2.1.2 Reales Transformatormodell	6
2.2 Dreiphasiger Transformator	7
3 Bezogene Größen	8
3.1 Beispiel: vernetztes Vierpolelement	8
4 Leitung	9
4.1 Leitungsparameter	9
4.2 Lösung der Wellengleichung	11
4.3 Leitungsmodelle	12
4.3.1 Π -Modell der Leitung	12
4.3.2 Zusätzliche Vereinfachung	12
5 Grundregeln der Energieübertragung	13
5.1 Natürliche Leistung	13
5.1.1 Natürliche Leistung einer verlustlosen Leitung	13
5.1.2 Natürliche Leistung einer verlustbehafteten Leitung	13
5.2 Leerlauf und Kurzschluss	13
5.3 Blindleistungsbedarf einer Leitung	14
5.4 Spannungsabfall entlang einer Leitung	15
5.5 UP-Charakteristik einer Leitung	16
5.6 Wirkleistung als Funktion der Verdrehung der Spannungszeiger	16
5.7 Belastungscharakteristik	17
6 MG0-Transformation	18
6.1 Symmetrische Komponenten des MG0-Systems	18
6.2 MG0-Transformation	19
6.3 Leistung im MG0-System	19
6.4 MG0-Ersatzschaltbild	20
6.5 Vorgehen bei einer MG0-Fehlerrechnung	21
6.6 Beispiel zu Zweipoligen Kurzschluss	21
6.7 Beispiel zu Zweipoligen Kurzschluss	21

1 Leistung im Wechselstromsystem

1.1 Leistung im einphasigen Netzwerk

Strom und Spannung $u(t) = \hat{U} \cos(\omega t) \quad i(t) = \hat{I} \sin(\omega t - \phi)$

Effektivwerte $U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \quad I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$

Momentanleistung $p(t) = \underbrace{\frac{1}{2} \hat{U} \hat{I} \cos \phi (1 + \cos(2\omega t))}_{\text{Wirkleistung}} + \underbrace{\frac{1}{2} \hat{U} \hat{I} \sin \phi \sin(2\omega t)}_{\text{Blindleistung}}$

Wirkleistung $P = \frac{1}{2} \hat{U} \hat{I} \cos \phi = |I|^2 \Re\{Z\}$

Blindleistung $Q = \frac{1}{2} \hat{U} \hat{I} \sin \phi = |I|^2 \Im\{Z\}$

Leistungsfaktor $\lambda = \cos \phi \quad \phi_L = \arctan\left(\frac{X_L}{R_L}\right)$

Komplexe Scheinleistung $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = UI (\cos \phi + j \sin \phi) = P + jQ$

$$S = |\underline{S}| = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

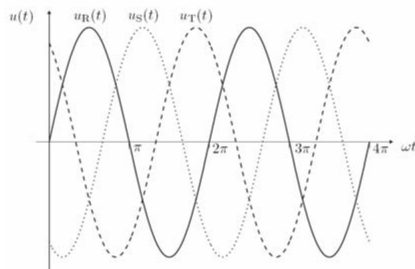
Merke: Induktivität: Strom ist 90° *hinter* Spannung, sie *verbraucht* Blindleistung $\rightarrow Q > 0$

Kapazität: Strom ist 90° *vor* Spannung, sie *erzeugt* Blindleistung $\rightarrow Q < 0$

ohmsche-induktive Last	ohmsch-kapazitive Last
$u(t) = \hat{U} \cos(\omega t)$	$u(t) = \hat{U} \cos(\omega t)$
$P = \frac{U^2}{R} \quad Q = \frac{U^2}{X_L} = \frac{U^2}{\omega L}$	$P = \frac{U^2}{R} \quad Q = \frac{U^2}{X_C} = -U^2 \omega C$

1.2 Symmetrische Dreiphasensysteme

Dreiphasensystem System, welches von 3 gleich grossen, gleichfrequenten und um $120^\circ (= 2\pi/3)$ verschobene Spannungen angeregt ist.



Bezeichnung

Die drei Phasen werden als R, S und T bezeichnet und drehen sich mit ω gegen den Uhrzeigersinn:

\Rightarrow Phasenfolge R-S-T

Die Phase R wird in die reelle Achse gelegt.

Spannungen im Dreiphasensystem:

Phasenspannung U_R, U_S, U_T	Verkettete Spannung U_{ST}, U_{RS}, U_{TR}
Spannung zwischen einer Phase und dem Sternpunkt 	Spannung zwischen 2 Phasen
Umrechnung: $U = \sqrt{3}U_p$	

1.3 Leistung im sym. Dreiphasensystem

Phase	Spannung	Strom	Leistung
R	$u_R(t) = \hat{U}_p \cos \omega t$	$i_R(t) = \hat{I}_p \cos(\omega t - \phi)$	$p_R(t) = \frac{1}{2} \hat{U}_p \hat{I}_p (\cos \phi (1 + \cos(2\omega t))) + \sin \omega (\sin(2\omega))$
S	$u_S(t) = \hat{U}_p \cos(\omega t - 2\pi/3)$	$i_S(t) = \hat{I}_p \cos(\omega t - \phi - 2\pi/3)$	$p_S(t) = u_S(t) \cdot i_S(t)$
T	$u_T(t) = \hat{U}_p \cos(\omega t - 4\pi/3)$	$i_T(t) = \hat{I}_p \cos(\omega t - \phi - 4\pi/3)$	$p_T(t) = u_T(t) \cdot i_T(t)$

Wichtig: Blindleistungsanteil der gesamten Scheinleistung hebt sich auf, dadurch wird die dreiphasige Wirkleistung zu einem zeitlich konstantem Wert:

Leistung im Zeitbereich $p(t) = 3 \frac{\hat{U}_p \hat{I}_p}{2} \cos \phi = 3U_p I_p \cos \phi$

Komplexe Scheinleistung $\underline{S} = \underline{U}_R \cdot \underline{I}_R^* + \underline{U}_S \cdot \underline{I}_S^* + \underline{U}_T \cdot \underline{I}_T^*$

Für symmetrische Systeme gilt: $U_R = U_S = U_T$ und somit:

$$\underline{S} = 3 \underline{U}_p \cdot \underline{I}_p^* = 3 \underline{S}_p$$

1.4 Einphasiges Ersatzschaltung

Stern-Dreieck-Transformation:

Um ein System in der Dreiecksschaltung in die Sternschaltung umzurechnen, müssen die Impedanzen angepasst werden:

$$\frac{Z_y}{Z_d} = \frac{1}{3}$$

Analyse eines Dreiphasensystem durch ein einphasiges Ersatzschaltbild:

1. Dreieckschaltung in Sternschaltung umwandeln
2. Für Phase R wird einphasiges Ersatzschaltung gezeichnet
3. Gesuchte Größen in Ersatzschaltung der Phase R berechnen.
4. Für gesuchte Größen in der S,T-Phase geht man gleich vor, ausser das man 120° bzw. 240° zu den Größen addiert
5. Wenn nötig, Stern-Elemente wieder in Dreieckschaltung zurücktransformieren um verkettete Größen zu berechnen

2 Transformatoren

2.1 Einphasiger Transformator

2.1.1 Ideales Transformatormodell

Annahmen zum idealen Transformator-Modell:

1. Keine Verluste in den Wicklungen $R_1 = 0$ und keine Verluste im Eisen $R_m = 0$
2. Keine Streuflüsse: $\lambda_{\sigma 1} = \lambda_{\sigma 2} = 0$ Wicklungen werden nur vom Hauptfluss durchsetzt, somit folgt für die Flussverkettungen:

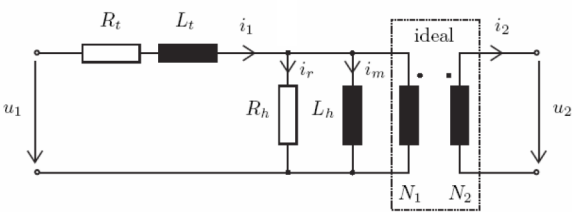
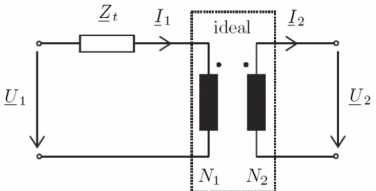
$$\lambda_1 = N_1 \Phi_h + \lambda_{\sigma 1} = N_1 \Phi_h$$

$$\lambda_2 = N_2 \Phi_h + \lambda_{\sigma 2} = N_2 \Phi_h$$

3. Eisenkern hat unendlich hohe Permeabilität, also ideale magnetische Leitfähigkeit

Induzierte Spannung in den Wicklungen	$u_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\Phi_h}{dt}$ $u_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_h}{dt}$
Übersetzungsverhältnisse	
Für Spannungen	$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = c$
Für Ströme	$\frac{i_2'}{i_1} = -\frac{N_1}{N_2} = -c$ <p style="text-align: center;">Meistens wird der Strom in auf der Sekundärseite umgekehrt: $i_2 = -i_2'$:</p> $\frac{i_2}{i_1} = c$
Für Impedanzen	$\frac{Z_1}{Z_2} = c \frac{I_2}{I_1} = c^2$
Ersatzschaltung	

2.1.2 Reales Transformatormodell

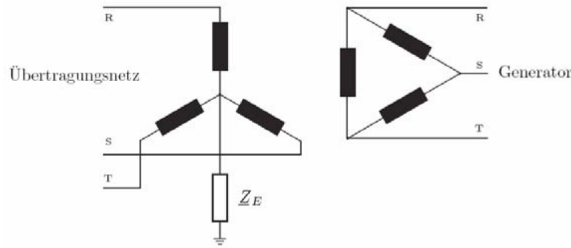
Streuung und Wicklungsverluste	
Streuinduktivität	<p>Streifelder über Luft: $\lambda_{\sigma i} = L_{\sigma i} i_i$</p> <p>$\Rightarrow \lambda_i = N_i \Phi_h + \lambda_{\sigma i} = N_i \Phi_h + L_{\sigma i} i_i$</p>
Ohmscher Verlust	Wicklungen sind Drähte mit endlicher Leitfähigkeit
Spannungen	<p>$u_1 = R_1 i_1 + L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\Phi_h}{dt}$</p> <p>$u_2 = R_2 i_2' + L_{\sigma 2} \frac{di_2'}{dt} + N_2 \frac{d\Phi_h}{dt} = -R_2 i_2 - L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\Phi_h}{dt}$</p>
Umrechnungen	<p>$R_t = R_1 + c^2 R_2$</p> <p>$L_t = L_{\sigma 1} + c^2 L_{\sigma 2}$</p>
Kernverluste	
magnetische Spannung	$\Theta = R_m \Phi_h = N_1 i_1 = N_2 i_2'$
Magnetisierungsstrom	<p>$i_1 _{i_2'=0} = i_m = \frac{R_m \Phi_h}{N_1}$</p> <p>Der Magnetisierungsstrom wird zwischen Primär- und Sekundärseite abgezweigt.</p>
Magnetisierungsinduktivität	$N_1 \frac{d\Phi_h}{dt} = L_h \frac{di_m}{dt}$
Ersatzschaltbilder	
Reales	<p>Streuverluste, Wicklungsverluste und Kernverluste werden berücksichtigt:</p> 
Vereinfachung	<p>Es gilt $L_h \gg L_t$ und $R_h \gg R_t$ somit kann man folgende Vereinfachung vornehmen:</p> 

2.2 Dreiphasiger Transformator

Bezeichnung der Schaltgruppen:

1. Die Schaltung auf der Primärseite wird mit einem Grossbuchstaben bezeichnet: D für Dreieck und Y für Stern
2. Die Schaltung der Sekundärseite wird mit einem Kleinbuchstaben dargestellt (d oder y)
3. Danach fügt man eine Zahl, welche die Phasenverschiebung zwischen Primär- und Sternwicklung als Vielfaches von 30° angibt.

Beispiel: Yd5 bedeutet Sternschaltung auf Primärseite, Dreieckschaltung auf Sekundärschaltung und Phasenverschiebung um $5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$



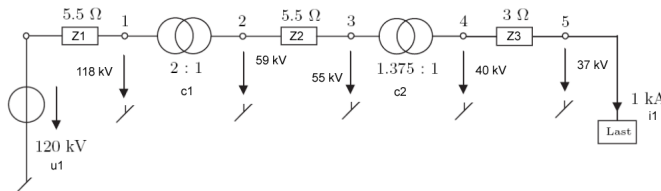
Dreiphasiges Transformationsmodell	
Flüsse im sym. Betrieb	$\Phi_R + \Phi_S + \Phi_T = 0$
Yyn oder Ddn Trafo	Zur Modellierung kann das einphasige Modell benützt werden für jede einzelne Phase.
Ydn oder Dyn Trafo	Einphasiges Modell kann nicht benützt werden aufgrund: <ol style="list-style-type: none"> 1. Auf Primär- und Sekundärspulen liegen nicht dieselben Spannung an, einmal die verkettete und einmal die Phasenspannung. Dadurch wird das Übersetzungsverhältniss modifiziert. 2. Verkettete und Phasenspannung unterscheiden sich auch in der Phase, deshalb eine Phasenverschiebung von $\pi/6 = 30^\circ$ auf.
Modifikation	$\underline{c} = k \frac{N_1}{N_2} \cdot e^{jn\pi/6}$ <p>k: Modifikation aufgrund der unterschiedlichen Verschaltung auf Primär- und Sekundärschaltung:</p> <p>Dy-Schaltung: $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$</p> <p>Yd-Schaltung: $k = \sqrt{3}$</p> <p>$e^{jn\pi/6}$ berücksichtigt die Phasenverschiebung zw. Primär- und Sekundärschaltung.</p>

3 Bezogene Grössen

Definition	Grösse in per-unit (p.u.)=aktuelle Grösse/Bezugsgrösse
Basisgrössen	Basisspannung U_B : Man muss für jedes in sich geschlossene System eine Basisspannung wählen Basisleistung S_B : Für eine ganze Anordnung wählt man eine Basisleistung
Abgeleitete Grössen	Bezugsstrom: $I_B = \frac{S_B}{U_B}$ Bezugsimpedanz: $Z_B = \frac{U_B}{I_B} = \frac{U_B^2}{S_B}$
Umrechnung zw. p.u.-Systeme	Man wandelt die gegebenen Grössen in p.u. in Ω, kV, MVA um und wandelt das erhaltene System in die neuen p.u.-Einheiten um.

3.1 Beispiel: vernetztes Vierpolement

1. Man geht von folgender Schaltung aus:



Man wähle als Bezugsspannung: An Knoten 1 $U_{1B} = 120kV$, An Knoten 2 $U_{2B} = 50kV$, An Knoten 3 $U_{3B} = 40kV$
Man wähle als Bezugsleistung: $S_B = 100MVA$

2. Berechnung der Bezugsparameter:

Übersetzungsverhältnis: $c_{B1} = \frac{U_{1B}}{U_{2B}} = 2.4 : 1$ $c_{B2} = \frac{U_{2B}}{U_{3B}} = 1.25.0 : 1$

$c'_1 = \frac{118kV}{59kV} = 2.0 : 1$ $c'_2 = \frac{55kV}{40kV} = 1.375 : 1$

$\Rightarrow c_1 = \frac{c'_1}{c_B} = \frac{2.0}{2.4} = 0.833 : 1p.u.$ $c_2 = \frac{1.375}{1.25} = 1.10 : 1p.u.$

Impedanzen: $Z_{1B} = \frac{120kV^2}{100MVA} = 144\Omega$ $Z_{2B} = \frac{50kV^2}{100MVA} = 25\Omega$ $Z_{3B} = \frac{40kV^2}{100MVA} = 16\Omega$

$Z_1 = \frac{Z1}{Z_{1B}} = \frac{5.5\Omega}{144\Omega} = 0.038p.u.$ $Z_2 = \frac{5.5\Omega}{25\Omega} = 0.22p.u.$ $Z_3 = \frac{3\Omega}{16\Omega} = 0.188p.u.$

Strom: $I_B = \frac{S_B}{U_{B3}} = \frac{100MVA}{40kV} = 2.5kA \Rightarrow i_1 = \frac{i1}{I_B} = \frac{1kA}{2.5kA} = 0.4p.u.$

4 Leitung

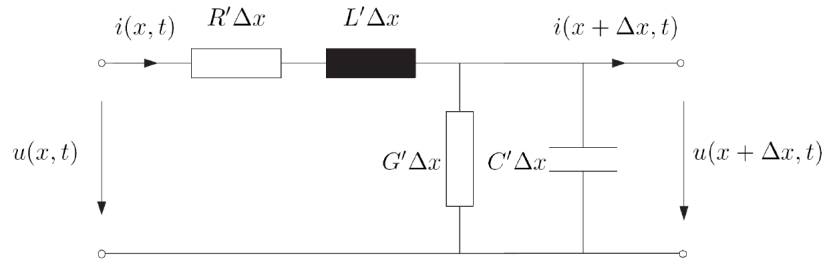
4.1 Leitungsparameter

Induktivitätsbelag	
unendlich langer Leiter	<p>Die Feldlinien des \vec{H}-Feldes sind konzentrische Kreise mit Radius x um Leiter mit Radius r:</p> $H_a(x) = \begin{cases} \frac{i}{2\pi x} & x > r \\ \frac{x}{2\pi r^2} & x \leq r \end{cases}$
Flussverkettung	$\Phi = \int_A B(x) dx \text{ und } \Phi = l \cdot i$
Gesamt Induktivität	<p>Man betrachtet einen Leiter mit Radius r und betrachtet das ganze bis zu einem Radius R von der Leiterachse entfernt.</p> <p>Der Gesamte Induktivitätsbelag L' setzt sich aus einer inneren l_i und einer äusseren Induktivität l_a zusammen:</p> $L' = l_i + l_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\mu}{4} + \ln \frac{R}{r} \right) = 2 \cdot 10^{-4} \left(\frac{\mu}{4} + \ln \frac{R}{r} \right) \text{ H/km}$ <p>mit $r' = r e^{-\mu/4}$ (*) folgt:</p> $L' = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{R}{r'} \text{ H/km}$ <p>Achtung: Für $R \rightarrow \infty$ folgt $L' \rightarrow \infty$</p>
Mehrphasensystem	<p>Die gesamte Flussverkettung für Phase k ergibt:</p> $\Phi_k = l_{k1}i_1 + \dots + l_{kk}i_k + \dots + l_{kn}i_n = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_1 \ln \frac{1}{d_{k1}} + \dots + i_k \ln \frac{1}{r'_k} + \dots + i_n \ln \frac{1}{d_{kn}} \right)$ <p>wobei: d_{ki} Abstand von Phasenleiter k zu demjenigen von Phase i, r'_k siehe (*)</p>
System mit 2 Phasen	<p>Für 2 Phasen gilt $i_1 + i_2 = 0$ und somit:</p> $l_1 = l_2 = l = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{r'}$ <p>mit D : Abstand zwischen den Phasen (**)</p>
System mit 3 Phasen	<p>Für 3 Phasen gilt $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ und somit:</p> $l_1 = l_2 = l_3 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{r'}$ <p>mit D siehe (**) und r' siehe (*)</p>
Verdrillung der Phasen	<p>Durch Verdrillung der Phasen erreicht man eine Art Symetrie in der Anordnung der Phasen R,S,T.</p> $L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_m}{r'}$ <p>mit: $d_m = (d_{12}d_{23}d_{31})^{1/3}$ (***) und r' siehe (*)</p>

<p>Kapazitätsbelag</p> <p>Kapazitätsformel</p> <p>Elektrisches Feld</p> <p>Kapazität für ideale Erde</p> <p>Kapazität für leitende Erde</p>	$Q = CU$ <p>Spannung an der Oberfläche des Leiters k in einem Mehrleitersystem:</p> $u_k = \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \left(q_1 \ln \frac{1}{d_{k1}} + \dots + q_k \ln \frac{1}{r_k} + \dots + q_1 \ln \frac{1}{d_{k1}} \right)$ $C' = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln d_m r_{eq}}$ $C' = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln \frac{2H}{A} \frac{d_m}{r_{eq}}}$ <p>mit $H = (H_1 H_2 H_3)^{1/3}$ und H_i : Abstand des Leiters von der Erde</p> <p>mit $A = (A_1 A_2 A_3)^{1/3}$ und A_i : Abstand Phasenleiter und gespiegelten Punktes eines anderen Phasenleiters</p>
<p>Ohmsche Elemente</p> <p>Längselement</p> <p>Querelement</p>	<p>Joulsche Wärmeverluste entlang der Leitung:</p> $R' = R'_{20} (1 + \alpha(\theta - 20^\circ C))$ <p>Der Ableitwert G' bildet bei Freileitung die Korona- und Kriechstromverluste an der Oberfläche von spannungsführenden Teilen und Freiluftisolation</p>

4.2 Lösung der Wellengleichung

Ersatzschaltbild der Leitung Aufgrund der Leitungsparameter L', C', R', G' kann man folgendes Ersatzschaltbild zeichnen:



Telegraphengleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = R'G'u + (R'C' + L'G')\frac{\partial u}{\partial t} + L'C'\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = R'G'i + (R'C' + L'G')\frac{\partial i}{\partial t} + L'C'\frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$$

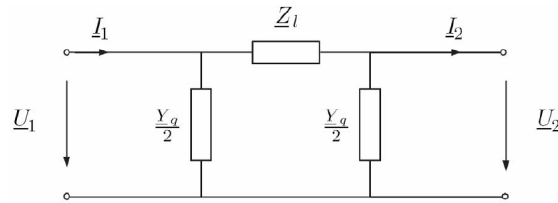
Parameter der Wellenausbreitung		
Parameter	Verlustbehaftet	Verlustlos
Wellenausbreitungskonstante	$\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta$	$\gamma = j\omega\sqrt{L'C'} = j\beta$
Wellenimpedanz $Z_W = \frac{U}{I}$	$Z_W = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$	$Z_W = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$

Strom und Spannung entlang der Leitung		
	Verlustbehaftet	Verlustlos
Allgemein		
Spannung	$\underline{U}(x) = \underline{U}_{a0}e^{-\gamma x} + \underline{U}_{b0}e^{\gamma x}$	$\underline{U}(x) = \underline{U}_{a0}e^{-j\beta x} + \underline{U}_{b0}e^{j\beta x}$
Strom	$\underline{I}(x) = \underline{I}_{a0}e^{-\gamma x} + \underline{I}_{b0}e^{\gamma x}$	$\underline{I}(x) = \underline{I}_{a0}e^{-j\beta x} + \underline{I}_{b0}e^{j\beta x}$
Vorgabe am Anfang		
Spannung	$\underline{U}(x) = \underline{U}_1 \cosh(\gamma x) - \underline{Z}_W \underline{I}_1 \sinh(\gamma x)$	$\underline{U}(x) = \underline{U}_1 \cosh(\beta x) - j\underline{Z}_W \underline{I}_1 \sin(\beta x)$
Strom	$\underline{I}(x) = \underline{I}_1 \cosh(\gamma x) - \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_W} \sinh(\gamma x)$	$\underline{I}(x) = \underline{I}_1 \cos(\beta x) - j\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_W} \sin(\beta x)$
Vorgabe am Ende		
Spannung	$\underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cosh(\gamma(l-x)) - \underline{Z}_W \underline{I}_2 \sinh(\gamma(l-x))$	$\underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cosh(\gamma(l-x)) - j\underline{Z}_W \underline{I}_2 \sin(\beta(l-x))$
Strom	$\underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cosh(\gamma(l-x)) - \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_W} \sinh(\gamma(l-x))$	$\underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cos(\beta(l-x)) - j\frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_W} \sin(\beta(l-x))$

4.3 Leitungsmodelle

4.3.1 II-Modell der Leitung

II-Ersatzschaltbild Darstellung einer Leitung gemäss folgendem Schaltbild:



Matrizengleichungen Allgemeine Darstellung:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + Z_l \frac{Y_q}{2} & Z_l \\ \frac{Y_q}{2} \left(2 + Z_l \frac{Y_q}{2} \right) & 1 + Z_l \frac{Y_q}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Verlustbehafteter Fall:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_W \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_W} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Verlustloser Fall: Man setzt einfach die Gleichungen für den Verlustlosen Fall ein.

Berechnung der Parameter des II-Modells	
Verlustbehafteter Fall	Verlustloser Fall
$Z_l = Z_W \sinh \gamma l \approx (R' + jX')l$	$Z_l = jX'l$
$\frac{Y_q}{2} = \frac{1}{\tanh(\frac{\gamma l}{2})} \approx \frac{(G' + jB')}{2}l$	$\frac{Y_q}{2} = j\frac{B'}{2}l$

4.3.2 Zusätzliche Vereinfachung

- Kurze Leitungen (bis 100 km): Querkapazität und Ableitwert werden vernachlässigt und Leitungen werden nur durch eine Serieimpedanz $Z = R'l + j\omega L'l$ modelliert.
- Mittellange Leitungen (100-300 km): vereinfachtes II-Modell, also angenährte Werte für die Parameter.
- Lange Leitungen (über 300 km): Man muss Leitung aufteilen auf kürzere in serie geschaltete II-Elemente, oder man nimmt exakte Formel für die Leitungsparameter.

5 Grundregeln der Energieübertragung

Starres Netz Netz dessen Spannung und Frequenz unabhängig vom Belastungszustand konstant sind.

5.1 Natürliche Leistung

Unter der natürlichen Leistung einer Leitung versteht man jene Leistung, die übertragen wird, wenn die Leitung mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen ist.

5.1.1 Natürliche Leistung einer verlustlosen Leitung

Strom und Spannungsamplituden bleiben auf der Ganzen Leitung konstant, da $R = G = 0$. Sie erfahren nur eine Phasendrehung von βl .

Somit bleibt auch die Wirkleistung P konstant, also $P_1 = P_2$

$$\text{natürliche Leistung} \quad P_{nat} = P_2 = \frac{|U_2|}{Z_2} = \frac{|U_2|}{Z_W} = \frac{|U_1|}{Z_W}$$

Blindleistungsbilanz Bei Abschluss der Leitung mit der natürlichen Last gilt:

$$Q'_C = Q'_L \Rightarrow U^2 \omega C' = I^2 \omega L' \Rightarrow \frac{U^2}{I^2} = \frac{L'}{C'} = Z_W^2$$

d.h.: Die von der Längsinduktivität verbrauchte Blindleistung wird gerade durch die Querkapazität erzeugt.

5.1.2 Natürliche Leistung einer verlustbehafteten Leitung

Bei einer verlustbehafteten Leitung erfahren Strom und Spannung eine Dämpfung $\propto e^{-\alpha l}$

$$\text{Scheinleistung am Ende der Leitung} \quad \underline{S}_2 = \frac{|U_2|}{Z_W^*}$$

$$\text{Scheinleistung am Anfang der Leitung} \quad \underline{S}_1 = U_2 \frac{U_2^*}{Z_W^*} e^{2\alpha l}$$

5.2 Leerlauf und Kurzschluss

Leerlauf $I_2 = 0$

$$\text{Ferranti-Effekt} \quad U_2 = \frac{U_1}{\cos \beta l}$$

für $\beta l = 90^\circ$ wird $U_2 \rightarrow \infty \Rightarrow$ Ferranti-Effekt

$$\text{Eingangsimpedanz} \quad \frac{U_1}{I_1} = Z_1 = -j \frac{Z_W}{\tan(\beta l)}$$

d.h. eine offene Leitung scheint am Anfang der Leitung kapazitiv

Kurzschluss $U_2 = 0$

$$\text{Stromanstieg} \quad I_2 = \frac{I_1}{\cos(\beta l)}$$

für $\beta l = 90^\circ$ wird $I_2 \rightarrow \infty$

$$\text{Eingangsimpedanz} \quad \frac{U_1}{I_1} = Z_1 = j Z_W \tan(\beta l)$$

d.h. eine kurzgeschlossene Leitung scheint am Anfang der Leitung induktiv

5.3 Blindleistungsbedarf einer Leitung

Blindleistungsbedarf $\Delta Q = Q_1 - Q_2 \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{S}_2}{P_{nat}} - P_{nat} \right) \sin(2\beta l) = Q_C + Q_L$

induktiver Anteil $Q_L = \frac{1}{2} \frac{|\underline{S}_2|}{P_{nat}} \sin(2\beta l)$

kapazitiver Anteil $Q_C = \frac{1}{2} P_{nat} \sin(2\beta l)$

Einfluss der nat. Leistung

Fall $|\underline{S}_2| > P_{nat}$: $Q_L > Q_C$, d.h. Leitung nimmt induktive Blindleistung auf

Fall $|\underline{S}_2| < P_{nat}$: $Q_L < Q_C$, d.h. Leitung gibt induktive Blindleistung ab

Ladeleistung kapazitive Blindleistung Q_C im Leerlauf ($\underline{S}_2 = 0 \Rightarrow Q_L = 0$):

für $R' = G' = 0$ $Q_C = \frac{1}{2} P_{nat} \sin(2\beta l)$

für $\underline{U}_1 \approx \underline{U}_2 \approx \underline{U}$ $Q_C = P_{nat} \beta l = \frac{|\underline{U}|}{Z_W} \beta l = |\underline{U}|^2 \omega C' l$

Übertragungswinkel δ Winkel zwischen \underline{U}_1 und \underline{U}_2 , legt man \underline{U}_2 in die reelle Achse gilt:

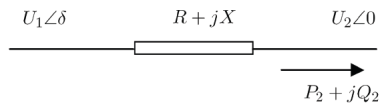
$$\underline{U}_1 = U_1 (\cos \delta + j \sin \delta)$$

Blindleistung am Leitungsausgang $Q_2 = \frac{U_2 (U_1 \cos \delta - U_2 \cos(\beta l))}{Z_W \sin(\beta l)}$

Blindleistung am Leitungsanfang $Q_1 = \frac{-U_1 (U_2 \cos \delta - U_1 \cos(\beta l))}{Z_W \sin(\beta l)}$

5.4 Spannungsabfall entlang einer Leitung

Durch Modifikation der Ausgangsleistung: $P_2 = P_{last}$ und $Q_2 = Q_{last} - Q_C$ ergibt sich folgendes vereinfachtes Π -Modell:

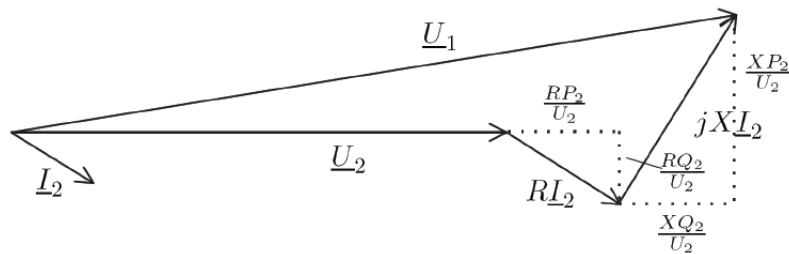


Spannung am Leitungsanfang als Funktion der Spannung am Ende der Leitung

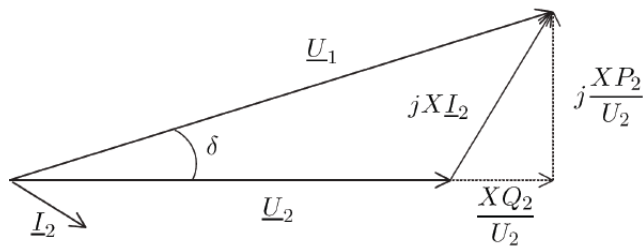
Komplexe Spannung
$$\underline{U}_1 = \left(U_2 + \frac{RP_2 + XQ_2}{U_2} \right) + j \left(\frac{XP_2 - RQ_2}{U_2} \right)$$

Spannungsbetrag

Verlustbehaftet
$$|\underline{U}_1| = U_1 = \sqrt{\left(U_2 + \frac{RP_2 + XQ_2}{U_2} \right)^2 + \left(\frac{XP_2 - RQ_2}{U_2} \right)^2}$$



Verlustlos $R = 0$
$$|\underline{U}_1| = \sqrt{\left(U_2 + \frac{XQ_2}{U_2} \right)^2 + \left(\frac{XP_2}{U_2} \right)^2}$$



Merke: Phasenunterschied δ wird wesentlich von P_2 beeinflusst, Betragsunterschied ΔU im wesentlichsten durch Q_2

5.5 UP-Charakteristik einer Leitung

Wirkungsgrad einer Leitung

$$\frac{P_2}{P_1} = e^{-2\alpha l}$$

Zusammenhang zw. U_1 und U_2

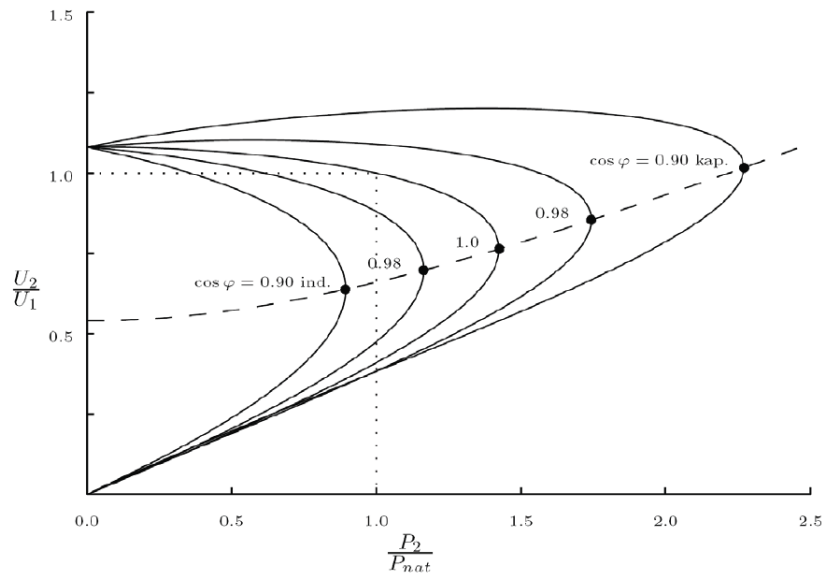
$$U_2 = \frac{U_1 - jZ_W \frac{P_2 - jQ_2}{U_2^*} \sin(\beta l)}{\cos(\beta l)}$$

Wichtig: Diese Gleichung kann nur iterativ gelöst werden!

UP-Charakteristik

Die übertragene Wirkleistung ist durch den jeweiligen Leistungsfaktor auf einen bestimmten maximal Betrag beschränkt.

Eine bestimmte übertragene Wirkleistung lässt sich mit 2 verschiedenen Spannungswerten erreichen, doch gewählt wird der grössere Spannungswert, da durch denn anderen Instabilitäten entstehen könnten.



5.6 Wirkleistung als Funktion der Verdrehung der Spannungszeiger

Da die Leitung als verlustlos angenommen wurde, ist die Wirkleistung an beiden Enden gleich, somit ist die Übertragene Leistung gleich: $P_{12} = P_1 = P_2$

Wirkleistung

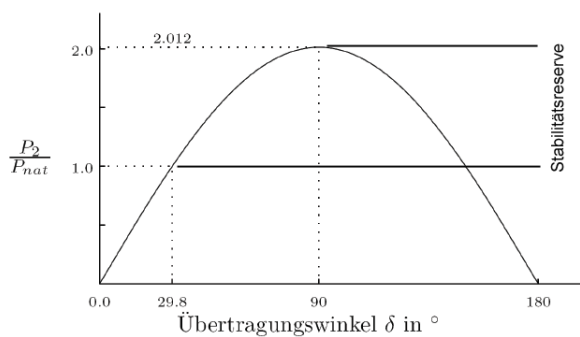
$$P_{12} = U_1 U_2 \frac{1}{X_L} \sin \delta$$

Blindleistung

$$Q_{12} = \frac{U_1^2}{X_L} - \frac{U_1 U_2}{X_L} \cos \delta \approx \frac{U_1^2}{X_L} - \frac{U_1 U_2}{X_L}$$

Stabilitätsreserve

Aus Sicherheitsgründen Versucht man $\delta \approx 30^\circ$ zu halten:



$$\text{stationäre Stabilitätsreserve} = \frac{P_{max} - P_{limit}}{P_{max}} \cdot 100$$

5.7 Belastungscharakteristik

Im wesentlichen gibt es in der Leistungsübertragung folgende Restriktionen:

1. Thermische Grenzen (bis zu 80 km) : Bei zu starker Erwärmung des Kabels hängt diesen stärker durch.
2. Spannungsabfall (bis 80-320 km) : Spannung an einem Netzknoten sollte nicht zu stark von der Nennspannung abweichen (ca. 10 Prozent)
3. Stabilitätsreserve (über 320 km)

6 MG0-Transformation

6.1 Symmetrische Komponenten des MG0-Systems

Ein RST-System kann allgemein geschrieben werden als:

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{E} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \underline{I}_R \\ \underline{I}_S \\ \underline{I}_T \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\alpha} & \underline{\beta} & \underline{\gamma} \\ \underline{\gamma} & \underline{\alpha} & \underline{\beta} \\ \underline{\beta} & \underline{\gamma} & \underline{\alpha} \end{pmatrix}}_{\text{zykl. symmetr.}} \cdot \begin{pmatrix} \underline{E}_R \\ \underline{E}_S \\ \underline{E}_T \end{pmatrix}$$

Konsante \underline{a}	
$\underline{a} = e^{j \cdot 120^\circ} \quad \underline{a} = 1$ $\underline{a}^2 = e^{j \cdot 240^\circ} \quad 1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$	

Symmetrische Komponenten	Eigenvektoren	Eigenwerte	Spannungen
Mitsystem	$x_m = \begin{pmatrix} 1 \\ \underline{a}^2 \\ \underline{a} \end{pmatrix}$	$\lambda_M = \underline{\alpha} + \underline{\beta} \cdot \underline{a}^2 + \underline{\gamma} \cdot \underline{a}$	$\underline{U}_R^M = \underline{U}_M$ $\underline{U}_S^M = \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_M$ $\underline{U}_T^M = \underline{a} \cdot \underline{U}_M$
Gegensystem	$x_G = \begin{pmatrix} 1 \\ \underline{a} \\ \underline{a}^2 \end{pmatrix}$	$\lambda_G = \underline{\alpha} + \underline{\beta} \cdot \underline{a} + \underline{\gamma} \cdot \underline{a}^2$	$\underline{U}_R^G = \underline{U}_G$ $\underline{U}_S^G = \underline{a} \cdot \underline{U}_G$ $\underline{U}_T^G = \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_G$
Nullsystem	$x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\lambda_0 = \underline{\alpha} + \underline{\beta} + \underline{\gamma}$	$\underline{U}_R^0 = \underline{U}_0$ $\underline{U}_S^0 = \underline{U}_0$ $\underline{U}_T^0 = \underline{U}_0$

6.2 MG0-Transformation

	RST-System	MG0-System
Transformationsmatrizen	$\underline{T} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \end{pmatrix}$	$\underline{S} = \underline{T}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
physikalische Grössen	$\underline{I} = \underline{T} \cdot \underline{I}^{MG0}$ $\underline{U} = \underline{T} \cdot \underline{U}^{MG0}$ $\underline{E} = \underline{T} \cdot \underline{E}^{MG0}$ $\underline{Y} = \underline{T} \cdot \underline{Y}^{MG0}$ $\underline{Y}_E = \underline{T} \cdot \underline{Y}_E^{MG0}$	$\underline{I}^{MG0} = \underline{S} \cdot \underline{I}$ $\underline{U}^{MG0} = \underline{S} \cdot \underline{U}$ $\underline{E}^{MG0} = \underline{S} \cdot \underline{E}$ $\underline{Y}^{MG0} = \underline{S} \cdot \underline{Y}$ $\underline{Y}_E^{MG0} = \underline{S} \cdot \underline{Y}_E$
ohmsches Gesetz	$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{E}$	$\underline{I}^{MG0} = \underline{Y}^{MG0} \cdot \underline{E}^{MG0}$

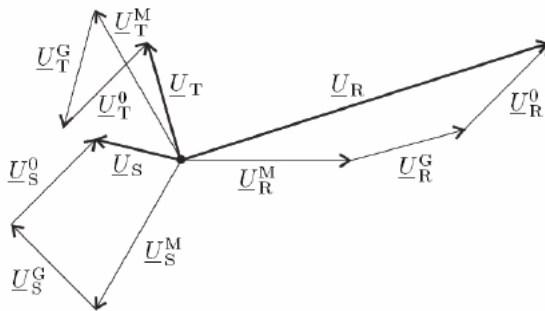
Beispiel: Spannung im RST-System in Abhängigkeit der Spannungen im MG0-System $\underline{U} = \underline{T} \cdot \underline{U}^{MG0}$:

$$\underline{U}_R = \underline{U}_M + \underline{U}_G + \underline{U}_0$$

$$\underline{U}_S = \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_M + \underline{a} \cdot \underline{U}_G + \underline{U}_0$$

$$\underline{U}_T = \underline{a} \cdot \underline{U}_M + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_G + \underline{U}_0$$

Daraus ergibt sich folgender Zusammenhang in Phasorendarstellung:



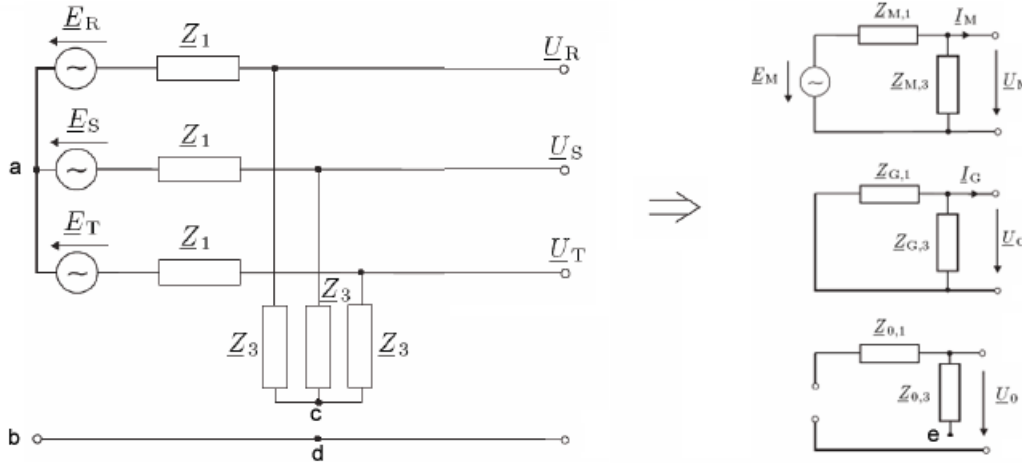
6.3 Leistung im MG0-System

Totale Leistung
$$3 \cdot (\underline{U}_M \underline{I}_M^* + \underline{U}_G \underline{I}_G^* + \underline{U}_0 \underline{I}_0^*) = 3 \cdot \left[(\underline{I}^{MG0})^* \right]^T \cdot \underline{\vec{U}}^{MG0}$$

Leistung einer Phase
$$\underline{S}_R = \underline{U}_R \underline{I}_R^* = \underline{U}_R^M (\underline{I}_R^M)^* + \underline{U}_R^G (\underline{I}_R^G)^* + \underline{U}_R^0 (\underline{I}_R^0)^*$$

Leistungsinvariante MG0-Trafo
$$\underline{S}_L = \sqrt{3} \underline{S} \quad \underline{T}_L = \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{T}$$

6.4 MG0-Ersatzschaltbild



Sternpunktbetrachtung:

- Falls der Sternpunkt zusätzlich noch bei *a* geerdet ist mit Z_{EG} zum Punkt *b*, dann wird im Ersatzschaltbild anstelle des Leerlaufes die Impedanz $3 \cdot Z_{EG}$ eingefügt.
- Ist zusätzlich noch der Punkt *c* in *d* geerdet mit Z_{EL} , muss im Ersatzschaltbild bei Punkt *e* noch eine Impedanz $3 \cdot Z_{EL}$ eingefügt werden.

Transformator:

Vorgehen:

1. Zuerst wird entschieden auf welcher Spannungsebene gerechnet werden soll.
2. Alle vorhandenen Impedanzen und Quellen werden auf diese Spannungsebene bezogen.
3. Das MG0-System wird zunächst ohne Transformator gezeichnet.
4. Beim Mit- und Gegensystem werden die entsprechenden Transformatorimpedanzen seriell eingefügt.
5. Das zum Transformatortyp gehörige Nullsystem wird aus der Tabelle gelesen:

Nr.	Primärseite	Sekundärseite	Nullsystem
1			$Z_{T0} + 3(Z_{Ep} + Z_{Es})$ $Z_{T0} \approx 3 - 5 \cdot Z_M$
2			Z_{T0} $Z_{T0} \approx Z_T$

6. Nullsystem wird mit der Tabelle ergänzt.

6.5 Vorgehen bei einer MG0-Fehlerrechnung

1. (a) 3 phasiges Ersatzschaltbild zeichnen und Fehler eintragen
Bei Transformatoren: Alle Elemente (Quellen, Impedanzen) auf Fehlerort beziehen
- (b) Fehlergleichungen im RST-System aufstellen
2. (a) Fehlergleichung aus 1b ins MG0-System transformieren.
- (b) Aufbau der einzelnen MG0-Komponenten:
 - Quellenspannungen: $\underline{E}_M, \underline{E}_G, \underline{E}_0 : \vec{\underline{E}}^{MG0} = T \vec{\underline{E}}^{RST}$
 - Impedanzen für Mit- und Gegensystem ausrechnen (sind alle gleich für Mit und Gegensystem)
 - Beim Nullsystem gegebenenfalls Trafo einfügen \rightarrow Trafotabelle
 - Sternpunktbetrachtung: falls Generator mit $Z_G < \infty \Omega$ geerdet ist $\underline{I}_0 \neq 0$, sonst $\underline{I}_0 = 0$
- (c) MG0-Ersatzschaltbild zeichnen mit Fehler als Blackbox.
3. Fehlergleichungen aus 2a so umformen, dass man sieht wie das System in der Fehlerblackbox zusammenhängt \rightarrow Verbindung der Komponenten.

Tricks: $\underline{a} + \underline{a}^2 + 1 = 0$

$$\underline{a} + \underline{a}^2 = -1$$

$$\underline{a} - \underline{a}^2 = j\sqrt{3}$$

$$\underline{a}^2 - \underline{a} = -j\sqrt{3}$$

4. $\underline{I}_M, \underline{I}_G, \underline{I}_0$ bzw. $\underline{U}_M, \underline{I}_G, \underline{I}_0$ aus Ersatzschaltbild aus 3 berechnen:

Hilfe: Spannungsteiler $U_{Z_1} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U$

Stromteiler $I_{Z_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} I$

5. Spannungen $\underline{U}_M, \underline{U}_G, \underline{U}_0$ gegebenenfalls noch aus Quellenspannungen $\underline{E}_M, \underline{E}_G, \underline{E}_0$ berechnen.
 $\underline{I}_M, \underline{I}_G, \underline{I}_0$ bzw. $\underline{U}_M, \underline{I}_G, \underline{I}_0$ zurück transformieren und Elemente $(\underline{U}_R, \underline{U}_S, \underline{U}_T, I_f)$ aus Fehlergleichungen 1b berechnen.

6.6 Beispiel zu Zweipoligen Kurzschluss

Siehe Skript Seite 150-155

6.7 Beispiel zu Zweipoligen Kurzschluss

Siehe Skript Seite 155-158