

# Elektrische Antriebssysteme - Zusammenfassung

André Hillers, Christoph Gammeter

3. August 2009

## Zusammenfassung

Diese Zusammenfassung basiert auf den Skripten von Adrian Omlin, Beat Ronner und Peter Steimer

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1	Mechanik . . . . .	3
1.2	Konventionen für die Betrachtung elektrischer Maschinen	3
1.3	Drehzeigertransformation . . . . .	4
1.4	Rotierendes Koordinatensystem . . . . .	5
1.4.1	Differenzieren Rotierender Grössen . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Die Gleichstrommaschine</b>	<b>6</b>
2.1	Ersatzschaltung und Grundgleichungen . . . . .	6
2.2	Fremderregte Maschine . . . . .	6
2.3	Die Nebenschlussmaschine . . . . .	7
2.4	Die Seriemaschine . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Die Synchronmaschine (SM)</b>	<b>8</b>
3.1	Allgemeines . . . . .	8
3.2	Die Vollpolmaschine . . . . .	8
3.3	Die Schenkelpolmaschine . . . . .	10
3.4	Die Synchronmaschine in Raumzeigerdarstellung . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Die Asynchronmaschine (ASM)</b>	<b>12</b>
4.1	Elektrischer Zusammenhang . . . . .	12
4.2	Leistungsbetrachtung . . . . .	13
4.3	ASM in Raumzeigerdarstellung . . . . .	14
4.3.1	Statorfestes Koordinatensystem ( $\alpha$ - $\beta$ ) . . . . .	15
4.3.2	Rotierendes Koordinatensystem . . . . .	15
4.4	Regelung . . . . .	16
4.4.1	Folgerungen aus den Maschinengleichungen . . . . .	16
4.5	Realisierung . . . . .	17
4.5.1	Stromregler . . . . .	17
4.5.2	Flussregelung . . . . .	18
4.5.3	Maschinenmodelle . . . . .	18

4.5.4	Abgleich der beiden Maschinenmodelle (“tuning”)	19
4.6	Common Mode . . . . .	20
<b>5</b>	<b>Halbwissen</b>	<b>21</b>
5.1	Dotierkonzentration . . . . .	22
5.2	PN-Übergang . . . . .	22
5.2.1	eingebautes Potential . . . . .	22
5.2.2	Raumladungsschicht . . . . .	23
5.2.3	Elektrisches Feld . . . . .	23
5.3	Thyristor . . . . .	23
5.4	Integrated Gate Commutated Thyristor(IGCT) . . . . .	24
5.5	Insulated Gate Bipolar Transistor (IGBT) . . . . .	25

# 1 Grundlagen

## 1.1 Mechanik

Einige Mechanische Grundgleichungen die man immer wieder braucht:

Translatorische Bewegung:		Rotatorische Bewegung:	
Weg	$s$	Winkel	$\phi$
Geschwindigkeit	$v = \frac{ds}{dt}$	Kreisfrequenz	$\omega = \frac{d\phi}{dt}$
Beschleunigung	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$	Winkelbeschl.	$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\phi}{dt^2}$
Kraft	$F = m \cdot a$	Drehmoment	$M = J \cdot \dot{\omega}$
Impuls	$B = m \cdot v$	Drall	$D = J \cdot \omega$
Leistung	$P = F \cdot v$		$P = M \cdot \omega$
Energie	$W = \int p(t) \cdot dt$		$W = \int p(t) \cdot dt$
kin. Energie	$W_{kin} = \frac{mv^2}{2}$		$W_{kin} = \frac{J\omega^2}{2}$
pot. Energie	$W_{pot} = \int F(s)ds$		$W_{pot} = \int M(\phi)d\phi$

$$\text{Zentrifugalkraft: } F = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2$$

$$\text{Trägheitsmoment: } J = \int_m r^2 dm = \rho \int_V r^2 dv$$

Trägheitsmomente J für Spezialfälle

$$\begin{aligned} \text{Vollzylinder: } & J = \frac{mr^2}{2} = \frac{\pi l \rho r^4}{2} \\ \text{Hohlzylinder: } & J = \frac{m(r_a^2 + r_i^2)}{2} = \frac{\pi l \rho (r_a^4 - r_i^4)}{2} \\ \text{Zylindermantel}(\delta \ll r): & J = \frac{m(2r - \delta)^2}{2} = 2\pi l \rho r^3 \delta \\ \text{Kugel: } & J = \frac{2mr^2}{5} = \frac{8\pi \rho r^5}{15} \end{aligned}$$

## 1.2 Konventionen für die Betrachtung elektrischer Maschinen

**P.U. System** Im Gegensatz zur Darstellung aus Zahlenwert und Einheit lassen sich Physikalische größen auf einen Basiswert normiert angeben. Man spricht von bezogenen Grössen. Physikalische Beziehungen müssen nach den bezogenen Grössen aufgelöst werden. Wählt man Beispielsweise eine Bezugsspannung  $U_B$  und eine Basisleistung  $S_B$ , sind die anderen Basisgrößen festgelegt.

$$\underline{I}_B = \frac{S_B}{U_B} \quad (1)$$

$$\underline{Z}_B = \frac{U_B^2}{S_B} \quad (2)$$

$$c_B = \frac{U_{1B}}{U_{2B}} \quad (3)$$

**Felder** Heutige Statoraufbauten erzeugen ein relativ homogenes Feld im inneren der Maschine. Sämtliche

elektrische Grössen können nach (9) mit hinreichender Genauigkeit als komplexe Raumzeiger geschrieben werden. Um eine Verwechslung zwischen Stator und Rotor zu vermeiden ist, wenn nötig, eine Grösse mit einem tiefgestellten Index gekennzeichnet. Die Wahl des Koordinatensystems wird mit einem Hochgestellten Index gekennzeichnet.

Bezeichnung	Index	Erklärung
Statorgrösse :	1	
Rotorgrösse :	2	
Statorkoordinaten :	$S$	(Stillstehend)
Flusskoordinaten :	$F$	(dreht mit $\omega_{D1}$ )
Rotorkoordinaten :	$R$	(dreht mit dem Rotor mit)

**Streufaktoren** Die Streufaktoren fassen häufig vorkommende Abhängigkeiten zwischen den Maschineninduktivitäten zusammen. Am wichtigsten ist dabei der Faktor  $\sigma$  als Mass für den Anteil der parasitären Flüsse.

$$\sigma = \frac{L_1 L_2 - L_h^2}{L_1 L_2} = 1 - \frac{L_h^2}{L_1 L_2} \quad [\sigma \approx 5 \dots 10\%] \quad (4)$$

**Trafo** Die Sekundärimpedanzen eines Transformators lassen sich mittels des Übertragungsverhältnisses  $\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$  auf die Primärseite umrechnen:

$$U_2' \stackrel{!}{=} U_1 = U_2 \cdot \ddot{u} \quad (5)$$

$$I_2' \stackrel{!}{=} I_1 = \frac{I_2}{\ddot{u}} \quad (6)$$

$$Z_2' = \frac{U_2'}{I_2'} = Z_2 \cdot \ddot{u}^2 \quad (7)$$

### 1.3 Drehzeigertransformation

Die Drehzeigertransformation erlaubt uns ein Drehfeld mittels Vektoren zu beschreiben. Ausgehend von drei im Kreis angeordneten Statorspulen erhalten wir den Feld-Drehzeiger  $\underline{\Psi}$  als Superposition der erzeugten Einzelfelder  $\Psi_n = L_{ph} \cdot i_n$ . Wir definieren im Falle der dreipoligen Maschine

$$a := e^{j \cdot 120^\circ} \quad (8)$$

und erhalten unser Feld in der Komplexen Ebene:

$$\begin{aligned} \underline{\psi}(t) &= \frac{2}{3} \hat{\Psi} \cdot [\cos(\omega t + \phi_i) \cdot + \cos(\omega t + \phi_i - 120^\circ) \cdot a \\ &\quad + \cos(\omega t + \phi_i + 120^\circ) \cdot a^2] \\ &= L_{ph} \cdot \underbrace{\hat{I} \cdot e^{j(\omega t + \phi_i)}}_{\dot{i}_1(t)} \end{aligned} \quad (9)$$

$\underline{i}_1$  kann nach obiger Gleichung betrachtet werden *als ein Strom der um die Maschine herum rotiert* und durch die zugehörige Induktivität ein Feld verursacht:

$$\underline{\psi} = L_{\text{ph}} \cdot \underline{i}_1 \quad (10)$$

## 1.4 Rotierendes Koordinatensystem

Von einem rotierenden Koordinatensystem aus erscheint ein mit  $\omega$  rotierender Drehzeiger  $\underline{\Psi}(t)$  als stillstehend, falls das Koordinatensystem auch mit  $\omega$  rotiert.

$$\underline{\Psi}(t) = \underline{\psi}(t) \cdot e^{-j \int \omega dt} \quad (11)$$

$\underline{\Psi}$  ist dann zwar immernoch ein komplexer Zeiger, da er den Winkel  $\theta$  zwischen Drehfeld und Feldachse beschreibt, er rotiert jedoch nicht mehr wie  $\underline{\psi}$ .

$$\underline{\Psi} = L_{\text{ph}} \cdot \underline{I}_1 \quad (12)$$

Die Achse des Drehenden Koordinatensystems, welche in unsere Orientierungsrichtung zeigt bezeichnen wir als d-Achse (*engl direct*), die Achse quer dazu nennen wir q-Achse (*engl quadrature*). Die **Zeiger** wieder in Imaginär- und Realteil aufzuspalten liegt nun nahe. Um Verwechslung mit der beschriebenen **Grösse** zu vermeiden teilen wir jedoch nach  $d$ - und  $q$ -Komponente auf. Allgemein lässt sich eine Grösse  $x(t)^A$  von einem rotierenden Koordinatensystem  $A$  in ein anderes rotierendes Koordinatensystem  $B$  überführen:

$$\underline{x}(t)^B = \underline{x}(t)^A \cdot e^{-j \int \omega_k dt} \quad (13)$$

Dabei ist  $-\omega_K$  die Geschwindigkeitsdifferenz der beiden Koordinatensysteme.

$$\omega_B = \omega_A - \omega_K \quad (14)$$

Man erkennt, dass für  $\omega_K = \omega_A$  die Grösse  $x_B$  ein stillstehender Zeiger ist. Beim transformieren einer Gleichung werden die Ausgangsgrössen  $\underline{x}(t)^A$  mittels der Rücktransformation geschrieben

$$\underline{x}(t)^A = \underline{x}(t)^B \cdot e^{j \int \omega_k dt} \quad (15)$$

und so der Zusammenhang hergestellt.

### 1.4.1 Differenzieren Rotierender Grössen

Aus Gleichung (15) ist sofort ersichtlich, dass bei Differenzierung die **Geschwindigkeit** des drehenden Koordinatensystems eine Rolle spielt.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \underline{x}^A &= \frac{d}{dt} \left( \underline{x}^B \cdot e^{j \int \omega_k dt} \right) \\ &= \frac{d \underline{x}^B}{dt} \cdot e^{j \int \omega_k dt} + j \omega_k \cdot \underline{x}^B \cdot e^{j \int \omega_k dt} \end{aligned} \quad (16)$$

Die Notwendigkeit dieses Zusammenhangs wird deutlich, wenn man einen **Amplitudenkonstanten** Zeiger  $\underline{x}(t)^B = C e^{-j \int \omega_k dt}$  in einem

mitdrehenden Koordinatensystem beschreiben möchte, denn dort verschwindet die Ableitung! Im Falle einer konstanten Rotation lässt sich Gleichung (16) etwas übersichtlicher schreiben:

$$\dot{\underline{x}}^A = (\dot{\underline{x}}^B + j\omega_k \underline{x}^B) \cdot e^{j\omega_k t} \quad (17)$$

## 2 Die Gleichstrommaschine

Die Gleichstrommaschine besitzt eine Erregerwicklung oder einen Permanentmagneten um ein örtlich konstantes Magnetfeld im Stator zu erzeugen. Der Rotor, oder wegen seiner Form auch "Anker" genannt, wird über Kollektoren (Grafitbürsten) mit Gleichstrom gespeist und mechanisch so umgepolst, dass die Lorenzkraft ein Laufmoment auf die Welle überträgt. Der Strom kommutiert dabei über einem Schleifring.

### 2.1 Ersatzschaltung und Grundgleichungen

Die Gleichstrommaschine enthält 2 elektrische Kreise:

1. Den Ankerkreis (Rotorkreis) mit induzierter Spannung  $U_i$ , Ankerinduktivität  $L_a$ , Ankerwiderstand  $R_a$  sowie Ankerstrom  $I_a$  und Ankerspannung  $U_a$ .
2. Dem Erregerkreis (Stator), der den Erregerfluss erzeugt mit Erregerinduktivität  $L_e$  (i.A.  $L_e > L_a$ ) und Wicklungswiderstand (i.A.  $R_e > R_a$ ). (nicht vorhanden wenn ein Permanentmagnet verwendet wird)

Die Grundgleichungen lauten dann wie folgt:

$$U_a = R_a \cdot I_a + L_a \cdot \frac{dI_a}{dt} + U_i \quad (18)$$

$$U_e = R_e \cdot I_e + L_e \cdot \frac{dI_e}{dt} \quad (19)$$

$$M_{el} = M_{Welle} + M_{Reibung} + J \cdot \frac{d\omega_{mech}}{dt} \quad (20)$$

$$U_i = c \cdot \phi \cdot \omega_{mech} \quad (21)$$

$$M_{el} = c \cdot \phi \cdot I_a \quad (22)$$

$$\phi = \frac{L_e}{N_e} \cdot I_e \quad (23)$$

dabei ist  $c$  eine Maschinenkonstante und  $N_e$  die Windungszahl der Erregerspule.

### 2.2 Fremderregte Maschine

Bei der Fremderregten Maschine wird der Erregerkreis und der Ankerkreis unabhängig gespeist. Somit gilt stationär  $U_a = U_i + R_a \cdot I_a =$

$c \cdot \phi \cdot \omega_m + R_a \cdot I_a$  und es folgt:

$$M_{el} = c \cdot \phi \cdot I_a \quad (24)$$

$$\omega_m = \underbrace{\frac{U_a}{c\phi}}_{\text{Lehrlauf}} - \underbrace{\frac{R_a}{c^2\phi^2}}_{\text{Belastung}} \cdot M_{el} \quad (25)$$

### 2.3 Die Nebenschlussmaschine

Sind Erregerkreis und Ankerkreis parallelgeschaltet spricht man von einer Nebenschlussmaschine. Die Erregung kann meist über einen Vorwiderstand beeinflusst werden. Interessant ist hier, dass die Lehrlaufdrehzahl  $\omega_{m0}$  von der Eingangsspannung  $U_a$  unabhängig wird.

$$\phi = \frac{L_e}{N_e} \cdot \frac{U_a}{R_e + R_V} \quad (26)$$

$$\omega_m = \underbrace{\frac{N_e(R_e + R_V)}{c \cdot L_e}}_{\omega_{m0}} - \frac{R_a(R_e + R_V)^2 N_e^2}{(cL_e U_a)^2} \cdot M_{el} \quad (27)$$

### 2.4 Die Seriemaschine

Dieser Typ wird auch als Reihenschluss- oder Hauptschlussmaschine bezeichnet es gilt  $I_a = I_e$ . Die Erregerwicklung muss nun also niederohmig sein.

$$M_{el} = \frac{L_e}{N_e} c I_a^2 \quad (28)$$

$$\omega_m = \frac{N_e U_a}{L_e c I_a} - \frac{N_e R_a + R_e}{L_e c} \quad (29)$$

$$\omega_m = \frac{\sqrt{N_e} \cdot U_a}{\sqrt{L_e c M_{el}}} - \frac{N_e R_a + R_e}{L_e c} \quad (30)$$

$$(31)$$

Der Universalmotor ist im eigentlichen einfach eine Seriemaschine, sie

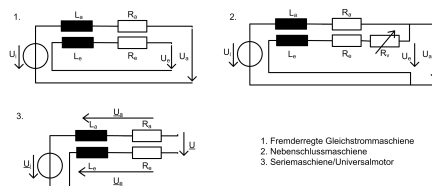


Abbildung 1: Gleichstrommaschinen

kann nämlich mit Gleich- und Wechselstrom betrieben werden. Da das Moment proportional zum Fluss und Ankerstrom ist, welche bei der Seriemaschine jeweils in Phase sind ( $\Phi \propto I$  also  $U_i \propto I$ ), pulsiert

es mit doppelter Netzfrequenz. Die Gleichungen werden jetzt einfach Komplex.

$$\underline{U}_e = \underline{I} \cdot R_e + j\omega L_e \underline{I} \quad (32)$$

$$\underline{U}_a = \underline{I} \cdot R_a + j\omega L_a \underline{I} \quad (33)$$

$$\underline{U}_i = c \cdot \Phi \omega_m \propto \omega_m \cdot \underline{I} \quad (34)$$

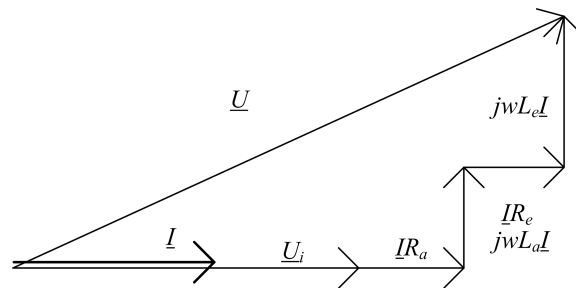


Abbildung 2: Universalmotor

### 3 Die Synchronmaschine (SM)

#### 3.1 Allgemeines

Mit der Synchronmaschine kann im Generatorbetrieb nicht nur Wirkleistung sondern auch Blindleistung erzeugt werden, was wohl ihr größter Vorteil ist. Aus diesem Grund werden die meisten grossen Kraftwerke mit Synchronmaschinen betrieben. Die Synchronmaschine ist eine Drehfeldmaschine, man benötigt also mindestens ein 2-Phasen-Netz um sie zu betreiben. Sie wird mit 3 um  $120^\circ$  zueinander verschobenen Sinusspannungen betrieben, welche  $3 \cdot p$  örtlich um  $\frac{120^\circ}{p}$  zueinander stehende Spulen speisen. Der Stator ist so aufgebaut, dass er im inneren der Maschine ein möglichst homogenes, räumlich drehendes Feld erzeugt. Man unterscheidet Grundsätzlich 2 Arten von Synchronmaschinen:

- Die Vollpolmaschine besitzt einen langen Rotor mit kleinem Durchmesser geeignet für Turbogeneratoren (hohe Drehzahlen).
- Die Schenkelpolmaschine ist kürzer, hat aber dafür einen grösseren Durchmesser (z.B. Flusskraftwerk).

#### 3.2 Die Vollpolmaschine

Vollpolmaschinen werden bei hohen Drehzahlen als Turbogeneratoren in Turbinenkraftwerken eingesetzt. Im motorischen Betrieb erzeugen die Statorwicklungen unter Spannung  $U$  ein Drehfeld  $\Psi$ , welches mit der Netzfrequenz  $\omega_{D1}$  rotiert;  $p$  ist die Polpaarzahl.

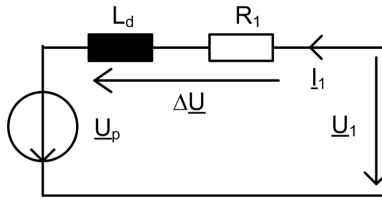


Abbildung 3: Strangersatzschaltbild der Vollpolmaschine

$$\omega_{D1} = \frac{\omega_1}{p} = 2\pi \frac{f_1}{p} \quad (35)$$

Im stationären Zustand dreht der Rotor synchron mit der selben Frequenz wie das Rotorfeld, eilt aber um den Polradwinkel  $\theta$  **nach**. **Positiver Polradwinkel** bedeutet **positives Drehmoment** und damit **motorischer Betrieb**. Mittels der bekannten Transformation werden die Maschinengleichungen im Polradorientierten Koordinatensystem relativ simpel:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1(R_1 + j\omega_1 L_d) + jU_p \quad (36)$$

Um zu verdeutlichen, dass die Polradspannung  $U_p$  der d-Achse um  $90^\circ$  voreilt ist diese als skalare grösse mit dem Vorfaktor  $j$  geschrieben. Die an der Welle abgegebene Leistung  $P = jU_p \cdot \underline{I}_1^*$  (ohne mech. Verl.) ist also

$$P = M \cdot \omega_{mech} = 3(\underline{U}_1 \underline{I}_1^* - R_1 \underline{I}_1 \underline{I}_1^*) \quad (37)$$

was sich ohne die ohmschen Verluste zusätzlich vereinfacht zu

$$P = M \cdot \omega_{mech} = 3\underline{U}_1 \underline{I}_1^* \quad (38)$$

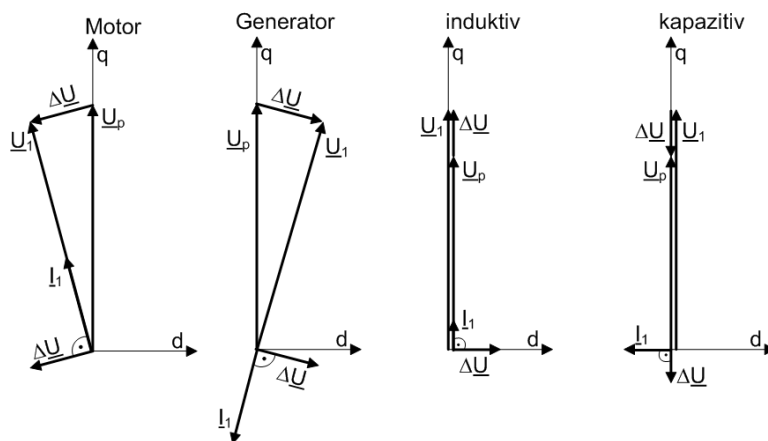


Abbildung 4: Zeigerdiagramme der Vollpolmaschine

### 3.3 Die Schenkelpolmaschine

Auch die Schenkelpolmaschine ist vom Prinzip her eine Synchronmaschine. Durch den gebrochenen Rotoranker weist die Schenkelpolmaschine

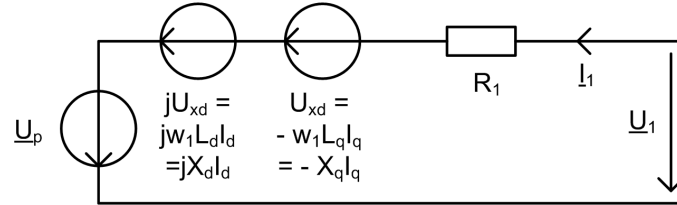


Abbildung 5: Strangersatzschaltbild der Schenkelpolmaschine

ne jedoch in Richtung der q-Achse eine andere Induktivität auf als in d-Richtung. Das Resultat ist eine etwas kompliziertere Beschreibung:

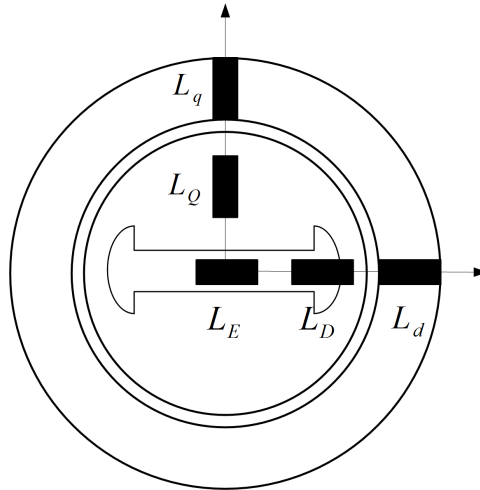


Abbildung 6: Induktivitäten

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 R_1 + U_{xd} + U_j xq = \underline{I}_1 r_1 - \omega_1 L_q I_q + j\omega_1 L_q I_q + jU_p \quad (39)$$

Es gilt weiterhin

$$\underline{U}_{1d} = -U_1 \sin \theta = R_1 I_d - X_q I_q \quad (40)$$

$$\underline{U}_{1q} = U_1 \cos \theta = R_1 I_q + X_d I_d + U_p \quad (41)$$

Das Minuszeichen vor  $U_1$  in obiger Gleichung ergibt sich durch die Wahl des Vorzeichens des Polradwinkels. Aus (40) und (41) lassen sich die Stromkomponenten berechnen:

$$I_{1d} = \frac{U_1 X_q \cos \theta - U_1 R_1 \sin \theta - U_p X_q}{R_1^2 + X_d X_q} \quad (42)$$

$$I_{1q} = \frac{U_1 \sin \theta + R_1 I_{1d}}{X_q} \quad (43)$$

Die an der Welle abgegebene Leistung  $P = jU_p \cdot \underline{I}^*$  (ohne mech. Verl.) folgt zu

$$P = M \cdot \omega_{mech} = 3(\Re\{\underline{U}_1 \underline{I}_1^*\} - R_1 |\underline{I}_1|^2) \quad (44)$$

$$= 3 \cdot (U_{1d} I_d + U_{1q} I_q - R_1 (I_d^2 + I_q^2)) \quad (45)$$

### 3.4 Die Synchronmaschine in Raumzeigerdarstellung

Für eine dynamische Betrachtung der Synchronmaschine wird eine Analyse in Raumzeigerdarstellung durchgeführt. Das Koordinatensystem dreht dabei auf der **Hauptachse des Polrades** mit. Da dieses im motorischen Betrieb nacheilt, ist der Polradwinkel zwischen Statorspannung und Polradspannung entsprechend positiv. Für die Statorgrößen Statorspannung  $\underline{U}^1 = U_d^1 + jU_q^1$ , Statorfluss  $\underline{\Psi}^1$  und Statorstrom  $\underline{I}^1$  gelten unter Annahme der folgenden Vereinfachungen

- Die Dämpferwicklungen  $L_Q$  sowie  $L_D$  werden weggelassen
- Das Erregerfeld ist konstant (ohnehin vergleichsweise hohe Zeitkonstanten)

im Rotorflussorientierten Koordinatensystem die nachfolgenden Beziehungen.

$$U_d = R_1 I_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - p \cdot \omega_{mech} \Psi_q \quad (46)$$

$$U_q = R_1 I_q + \frac{d\Psi_q}{dt} - p \cdot \omega_{mech} \Psi_d \quad (47)$$

$$\Psi_d = L_d I_d + \Psi_0 \quad (48)$$

$$\Psi_q = L_q I_q \quad (49)$$

$$(50)$$

Das Abgegebene Moment  $M$  und die mechanische Drehzahl  $\omega_{mech}$  sind dann

$$M = \frac{3}{2} \cdot p(I_q \Psi_d - I_d \Psi_q) \quad (51)$$

$$\omega_{mech} = \frac{1}{J} \int M - M_{last} dt \quad (52)$$

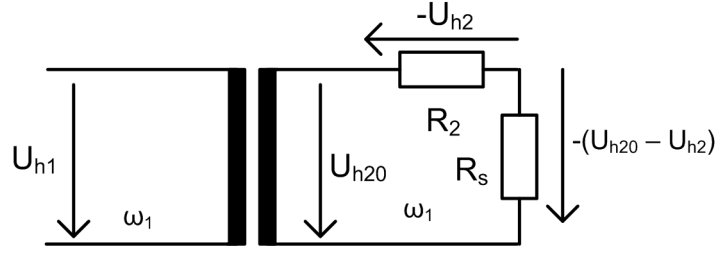


Abbildung 7: Stark Verinfachtes Ersatzschaltbild der ASM

## 4 Die Asynchronmaschine (ASM)

Im motorischen Betrieb erzeugen die Statorwicklungen unter Spannung  $\underline{U}$  ein Drehfeld  $\Psi$ , welches mit Frequenz  $\omega_{D1}$  rotiert;  $p$  ist die Polpaarzahl.

$$\omega_{D1} = \frac{\omega_1}{p} = 2\pi \frac{f_1}{p} \quad (53)$$

Dreht der Rotor  $\omega_{\text{mech}} \neq \omega_{D1}$  so wird in den kurzgeschlossenen Ankerwicklungen eine Spannung der Schlupffrequenz  $\omega_2 = \omega_{D1} - \omega_{\text{mech}}$  induziert, die einen Strom treibt - Die Asynchronmaschine liefert ein Moment. Die Abweichung der Drehzahl von der Synchrondrehzahl wird als Schlupf  $s$  bezeichnet:

$$s = \frac{n_{\text{syn}} - n}{n_{\text{syn}}} = \frac{\omega_{D1} - \omega_{\text{mech}}}{\omega_{D1}} = \frac{\omega_2}{\omega_{D1}} \quad (54)$$

### 4.1 Elektrischer Zusammenhang

Unter Vernachlässigung der Streuimpedanzen werden Primär- und Sekundärwicklung gemeinsam vom Hauptfluss  $\phi_h$  durchsetzt. Aus Sicht des Stators dreht dieser definitionsgemäss mit der Kreisfrequenz  $\omega_{D1}$ , aus Sicht des Rotors mit  $\omega_2$ . Um den Zusammenhang zwischen Schlupf  $s$  und Rotorstrom  $I_2$  besser zu verstehen, wird der Transformator als idealer Übertrager betrachtet. Betrachten wir das Ersatzschaltbild in Abbildung 7.

Lediglich der Wicklungswiderstand der Sekundärwicklung  $R_2$  wird vorerst berücksichtigt. Statorspannung  $U_{h1}$  und Rotorspannung  $U_{h2}$  können dann einfach in Abhängigkeit des Hauptflusses aufgestellt werden:

$$U_{h1} = N_1 \cdot \frac{d\phi_h}{dt} = \omega_{D1} \cdot N_1 \cdot \phi_h \quad (55)$$

$$U_{h2} = N_2 \cdot \frac{d\phi_h}{dt} = \omega_2 \cdot N_2 \cdot \phi_h \quad (56)$$

Daraus folgt ein transformatorischer Zusammenhang für die Stator- und Rotorspannung.

$$U_{h1} = \frac{N_1 \omega_{D1}}{N_2 \omega_2} \cdot U_{h2} = \frac{1}{s} \cdot \underbrace{\ddot{u} \cdot U_{h2}}_{:=U_{h20}} \quad (57)$$

Im Falle des Kurzschlussläufers ist die Ankerspannung  $U_2 \equiv 0$  und in

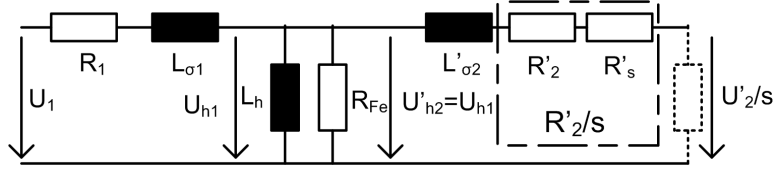


Abbildung 8: Ersatzschaltbild einer ASM

Folge der Rotorstrom lediglich abhängig vom Wicklungswiderstand  $R_2$  und der Rotorspannung  $U_{h2}$ .

$$I_2 = -\frac{U_{h2}}{R_2} = s \frac{U_{h20}}{R_2} \equiv -\frac{U_{h20}}{R_2 + R_s} \quad (58)$$

Die letzte Identität erreicht man durch Einführung des Laufwiderstandes

$$R_s := R_2 \frac{1-s}{s} \quad (59)$$

Die virtuelle Serieschaltung eines zusätzlichen Widerstandes ist gültig, da der Schlupf  $s \leq 1$  im motorischen Betrieb stets kleiner als eins ist. Tatsächlich ist die abgegebene Mechanische Leistung gleich der über dem Laufwiderstand  $R_s$  verbrannten elektrischen Leistung (ohne Rücksicht auf Reibungsverluste). Wird die Asynchronmaschine über einen Anlasswiderstand betrieben addiert sich dieser zu  $R_1$ . Werden die Rotorwicklungen (falls es kein Kurzschlussläufer ist) zum Beispiel mit einem Widerstand verbunden addiert sich dieser in allen obigen Betrachtungen zum Wicklungswiderstand  $R'_2$  hinzu. Abbildung (8) zeigt das vollständige Ersatzschaltbild.

**Bemerkung** Es mag vorerst ungewöhnlich erscheinen, dass die Rotorinduktivität  $X_{\sigma 2} = j\omega_1 L_{\sigma 2}$  von der veränderlichen Frequenz unbeeindruckt bleibt. Bei näherer Betrachtung fällt jedoch auf, dass die der Rotorfrequenz  $\omega_2$  angepasste Impedanz

$$X_{\sigma 2}^* = j\omega_2 L_{\sigma 2} \quad (60)$$

durch die Berücksichtigung des Schlupfes in (58) ihren ursprünglichen Wert  $X_{\sigma 2} = j\omega_{D1} \cdot L_{\sigma 2}$  zurück erhält:

$$\frac{X_{\sigma 2}}{s} = j\omega_2 L_{\sigma 2} \cdot \frac{\omega_{D1}}{\omega_2} = X_{\sigma 2} \quad s := \frac{\omega_2}{\omega_{D1}} \quad (61)$$

## 4.2 Leistungsbetrachtung

Wird die Asynchronmaschine mit einer Leistung von  $P_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_1$  (3 wegen 3 Phasen) gespeist ergibt sich an der Welle folgender Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsleistung:

$$P_1 = 3 \cdot \left( \underbrace{R_1 \cdot I_1^2}_{\text{Statorverluste}} + \underbrace{\frac{U_{h1}^2}{R_{Fe}}}_{\text{Eisenverluste}} + \underbrace{\left( R_2 \cdot I_2^2 + R_s \cdot I_2^2 \right)}_{\substack{\text{Rotorverluste} \\ P_{\text{mech}}}} \right) \quad (62)$$

$P_{\text{Luftspalt}} = U_{h2} \cdot I_2$

zusammen mit (59) erkennt man, dass der Wirkungsgrad nicht grösser werden kann als  $(1 - s)$ . Deswegen wird auch jeweils versucht mit einem kleinen Schlupf zu fahren.

$$P_{mech} = P_{Luftspalt} - P_{Rotorverlust} = (1 - s)P_{Luftspalt} \quad (63)$$

Es gibt 3 verschiedene Betriebsarten für eine Asynchronmaschine: Den Motorbetrieb  $s \in [0, 1]$ , Den Generatorbetrieb  $s < 0$  und den Bremsbetrieb  $s > 1$ .

Der Wirkungsgrad lässt sich wie immer leicht aus der Ein- und Ausgangsleistung berechnen

$$\begin{aligned} \text{Motorbetrieb:} \quad \eta &= \frac{P_{mech}}{P_1} < \frac{P_{mech}}{P_{Luftspalt}} = 1 - s \quad \text{es gilt } 0 < s < 1 \\ \text{Generatorbetrieb:} \quad \eta &= \frac{P_1}{P_{mech}} < \frac{P_{Luftspalt}}{P_{mech}} = \frac{1}{1-s} \quad \text{es gilt } s < 0 \end{aligned}$$

Das Drehmoment kann aus der Drehzahl und der mechanischen Leistung oder aus der Drehfeldkreisfrequenz und der Stator-Drehfeldleistung bestimmt werden. Unter Vernachlässigung der Eisenverluste an  $R_{Fe}$  und des Magnetisierungsstromes durch  $L_h$  erhalten wir

$$M_{el} = \frac{3 \cdot p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1^2}{(R_1 + \frac{R_2'}{s})^2 + (\omega_1(L_{1\sigma} + L'_{2\sigma}))^2} \cdot \frac{R_2'}{s} \quad (64)$$

vernachlässigen wir auch noch die Verluste auf der Statorseite in  $R_1$  und  $L_{1\sigma}$  erhalten wir.

$$M_{el} = \frac{3 \cdot p}{\omega_1} \cdot \frac{U_{h20}^2}{(\frac{R_2}{s})^2 + (\omega_1 L_{2\sigma})^2} \cdot \frac{R_2}{s} \quad (65)$$

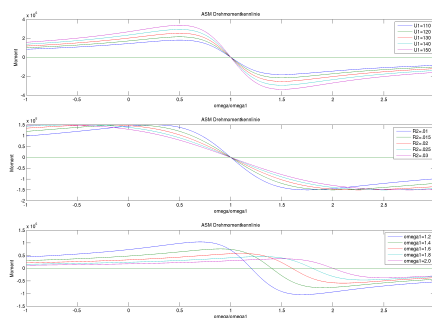


Abbildung 9: ASM Drehmomentkennlinien

### 4.3 ASM in Raumzeigerdarstellung

Zur Behandlung von dynamischen Vorgängen eignet sich die Raumzeigerdarstellung. Üblicherweise werden für die Darstellung von Fluss- und Spannungsgleichungen folgende Annahmen getroffen:

- Maschine ist symmetrisch und nicht geerdet ( $\sum I_i = 0$ )
- Induktivitäten sind zeitlich konstant und sättigungsfrei
- Die Eisenverluste werden vernachlässigt  $R_{Fe} \rightarrow \infty$

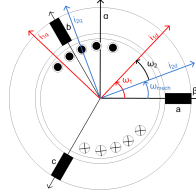


Abbildung 10: ASM Koordinatensysteme

Erwartungsgemäss sind die Flussgleichungen in allen gewählten Koordinatensystemen gleich.

$$\underline{\psi}_1 = L_1 \underline{i}_1 + L_h \underline{i}_2 \quad (66)$$

$$\underline{\psi}_2 = L_2 \underline{i}_2 + L_h \underline{i}_1 \quad (67)$$

#### 4.3.1 Statorfestes Koordinatensystem ( $\alpha$ - $\beta$ )

Im Statorfesten Koordinatensystem wurden sämtliche drei-Phasen Grössen in ein zwei-achsiges  $\alpha$ - $\beta$  System transformiert. Das  $\alpha$ - $\beta$  Koordinatensystem ist ortsfest. Es gilt für die Phasoren  $\underline{x} = \hat{x} \cdot e^{j\phi}$ . Sämtliche Maschinengleichungen sind nun durch linear unabhängige Basisvektoren beschrieben.

$$\underline{u}_1 = R_1 \underline{i}_1 + \frac{d\underline{\psi}_1}{dt} \quad (68)$$

$$\underline{u}_2 = R_2 \underline{i}_2 + \frac{d\underline{\psi}_2}{dt} - jp\omega_{\text{mech}} \underline{\psi}_2 \quad (69)$$

#### 4.3.2 Rotierendes Koordinatensystem

Die Gleichungen lassen sich in ein beliebiges mit  $\omega_K$  rotierendes Koordinatensystem transformieren. Für die Zeiger gilt dann  $\underline{x} = \hat{x} e^{j\phi} e^{j\omega_K t}$ . Für das vom Stator erzeugte Drehfeld  $\underline{\hat{\Psi}}$  wurde das Statorfluss-orientierte d-q System eingeführt, welches mit  $\omega_K = \omega_{D1}$  rotiert. Das Rotorfluss-orientierte d-q System rotiert mit  $\omega_K = p\omega_{\text{mech}}$ .

$$\underline{u}_1 = R_1 \underline{i}_1 + \frac{d\underline{\psi}_1}{dt} + j\omega_K \underline{\psi}_1 \quad (70)$$

$$\underline{u}_2 = R_2 \underline{i}_2 + \frac{d\underline{\psi}_2}{dt} + j(\omega_K - p\omega_{\text{mech}}) \underline{\psi}_2 = \underbrace{0}_{\text{Kurzschlussläufer}} \quad (71)$$

Das Moment und die Winkelgeschwindigkeit ergeben sich in beiden Koordinaten Systemen zu

$$M = \frac{3p}{2} \Im\{\psi_{-1}^* i_1\} = \frac{3p}{2} \frac{L_h}{L_2} \Im\{\psi_{-2}^* i_1\} = \frac{3p}{2} \frac{L_h}{L_1} \Im\{\psi_{-1}^* i_2\} \quad (72)$$

$$\omega_{\text{mech}} = \frac{1}{J} \int (M - M_{\text{Last}}) dt \quad (73)$$

wobei die Phasoren natürlich auch durch Direct-  $\Re\{\underline{x}\} = x_d$  und Queranteil  $\Im\{\underline{x}\} = x_q$  dargestellt werden können. Im Rotorflussorientierten Koordinatensystem wird im allgemeinen die d-Achse auf den Rotorfluss gelegt und es vereinfacht sich  $\underline{\psi}_2 = \psi_2 = \psi_{2d}$ .

#### 4.4 Regelung

Eine Reglerauslegung der Asynchronmaschine erfolgt bevorzugt im Rotorflussorientierten Koordinatensystem. Im Wesentlichen wird diese Wahl durch die Einfachheit der später erhaltenen Ergebnisse legitimiert: Die Regelung selbst kann im 2-Achsen System erfolgen. Die Drehzeigertransformation wird dem Regler vorangestellt. In der Tat sind dann die Zusammenhänge verblüffend einfach: Der Rotorfluss wird eigentlich ausschliesslich durch den  $d$ -Strom geregelt:

$$\Psi_2 = L_h i_{1d} \frac{1}{1 + s\tau_2} \quad \tau_2 = \frac{L'_2}{R'_2} \quad (74)$$

Das Moment ist proportional zum  $q$ -Strom und dem Rotorfluss  $\Psi_2$

$$M = \frac{3}{2} p \frac{L_h}{L_2} |\Psi_2| i_{1,q} \quad (75)$$

Die Schlupffrequenz ist

$$\omega_2 = \frac{L_h i_{1,q}}{\tau_2 \Psi_2} \quad (76)$$

Wenn man den Strom  $i_2$  eliminiert ergibt sich der Statorfluss zu

$$\underline{\Psi}_1 = \frac{L_h}{L_2} \underline{\Psi}_2 + \underline{i}_1 L_1 \sigma \quad \sigma = 1 - \frac{L_h^2}{L_1 L_2} \quad (77)$$

##### 4.4.1 Folgerungen aus den Maschinengleichungen

Betrachten wir die Rotorflussgleichung nach dem Rotorstrom aufgelöst in einem stationären Fall, erkennt man, dass der Rotorstrom das "Spiegelbild" des  $q$ -Stromes ist. Wenn man an den Lehrlauf denkt, macht dies Sinn, der Rotor dreht synchron und es wird kein Strom induziert.

$$i_2 = \frac{\Psi_2 - L_h i_1}{L_2} \xrightarrow{\Psi_2 = L_h i_{1d}} i_2 = \frac{-L_h}{L_2} \cdot i_{1q} \quad (78)$$

Oder betrachtet man die Kopplung zwischen Rotorfluss  $\underline{\Psi}_2$  und Strom  $\underline{i}_1$ , erkennt man, dass der Rotorfluss  $\underline{\Psi}_2$  vom  $q$ -Strom  $i_{1q}$  unabhängig ist und, dass er nur mit einer grossen Zeitkonstante  $\tau_2$  dem  $d$ -Strom  $i_{1d}$  folgt. Man kann also sagen, dass der **Rotorfluss** gut vom **Statorstrom entkoppelt** ist.

## 4.5 Realisierung

Die wohl einfachste Regelung einer ASM mit Umrichter ist die Regelung über die Frequenz und Amplitude der 3-Phasigen Spannungsquelle (U/f-Regelung). Die Spannung wird bis zu einer bestimmten Frequenz proportional erhöht und dann konstant gehalten. Diese Methode hat vor und Nachteile.

- + sehr einfach
- Man hat den Strom nicht unter Kontrolle
- Das System ist für schnelle Frequenzsprünge schwingfähig. Dies wird durch eine **Begrenzung der Systemdynamik** kompensiert.

Mit Hilfe des Maschinenmodells erhalten wir Auskunft über den Ist-Zustand der Maschine, das ist wichtig. Unter Berücksichtigung des so erhaltenen Flussess können wir dank (75) und (74) direkten Einfluss auf das Moment nehmen. Die Einstellung des benötigten Spannungsverlaufes übernimmt ein Stromregler. Der Zusammenhang ist in (74) als Blockdiagramm illustriert.

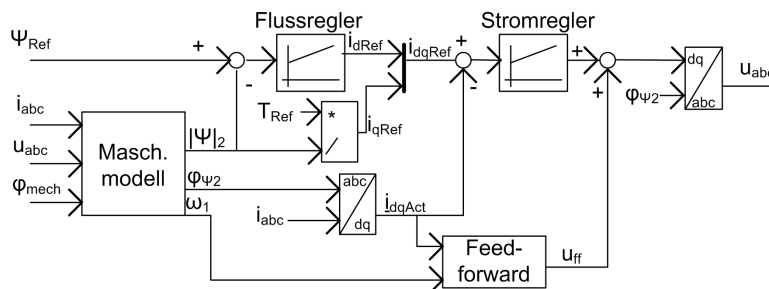


Abbildung 11: ASM Koordinatensysteme

### 4.5.1 Stromregler

Über die Ansteuerelektronik lässt sich die angelegte Spannung des Umrichters steuern. Im wesentlichen ist diese auf drei Arten mit dem Eingangsstrom verknüpft:

$$\underline{u}_1^F = R_1 \dot{i}_1^F + \sigma L_1 \frac{d\dot{i}_1^F}{dt} \quad \text{Regler} \quad (79)$$

$$+ \sigma L_1 \cdot j\omega_{D1} \dot{i}_1^F + j\omega_{D1} \frac{L_h}{L_2} \Psi_2^F \quad \text{Vorstrg.} \quad (80)$$

$$+ \frac{L_h}{L_2} \frac{d\Psi_2^F}{dt} \quad \text{vernachl.} \quad (81)$$

Unser Regler wird darauf ausgelegt (79) zu beeinflussen. Mittels einer Vorsteuerung wird Teil (80) eliminiert und somit  $\dot{i}_1$  entkoppelt. Die Flussänderung in (81) kann im Allgemeinen wegen der grossen Zeitkonstanten  $\tau_2$  vernachlässigt werden. So ist der Anteil der Speisespannung

$\underline{u}_1^F$  am Stromverhalten nur noch

$$\dot{i}_1^F = \underline{u}_1^F \cdot \underbrace{\frac{1}{R_1} \frac{1}{1 + s\tau_{el}}}_{G_{el}(s)} \quad \tau_{el} = \frac{\sigma L_1}{R_1} \quad (82)$$

welche wir mit einem einfachen *PI*-Regler

$$G_{PI}(s) = k_{pi} \left( \frac{1 + sT_{ni}}{sT_{ni}} \right) \quad (83)$$

regeln wollen. Setzen wir  $T_{ni} = \tau_{el}$  erhalten wir ein angenehmes *PT1* Verhalten der geschlossenen Regelstrecke:

$$G_{cl}(s) = \frac{1}{1 + s\tau_{cl,i}} \quad \tau_{cl,i} = \frac{\tau_{el}R_1}{k_{pi}} \quad (84)$$

Zu berücksichtigen gilt es noch die Totzeit  $T_s$  (ca.  $100\mu s$ ) des Systems. Daher setzen wir  $\tau_{cl,i} \geq 2 \cdot T_s \approx 200\mu s$ . Der Regler ist also wie gewünscht ausgelegt, wenn gilt

$$k_{pi} \leq \frac{\sigma L_1}{2T_s} \quad (85)$$

$$T_{ni} := \tau_{el} \quad (86)$$

**Bemerkung** Selbstverständlich ist es korrekt, dass der Proportionalitätsfaktor  $k_{pi}$  des Reglers nicht dimensionlos ist, denn der Regler gibt vor wieviel **Spannung** benötigt wird um einen bestimmten **Strom** zu treiben.

#### 4.5.2 Flussregelung

Ähnlich geht es auch für den Rotorfluss  $\Psi_2$  aus (74): Mit einem *PI*-Regler bewaffnet setzen wir  $T_{nf} = \tau_2$  und haben wieder eine *PT1*-Strecke:

$$G_{cl} = \frac{1}{1 + s \frac{\tau_2}{L_h k_{pf}}} = \frac{1}{1 + s\tau_{cl,\Psi}} \quad (87)$$

Eine vernünftige Auslegung bekommen wir also für

$$k_{pf} \leq \frac{\tau_2}{L_h \tau_{cl,\Psi}} \quad (88)$$

$$T_{nf} := \tau_2 \quad (89)$$

Um zu verhindern das der Flussregler mit dem Stromregler interagiert wählt man  $\tau_{cl,\Psi} = 100 \cdot \tau_{cl,i}$ .

#### 4.5.3 Maschinenmodelle

Um eine Regelung zu ermöglichen ist es notwendig den Fluss (Betrag und Phase) zu kennen. Der Fluss kann jedoch kaum direkt gemessen

werden. Deswegen berechnen wir den Fluss mit Hilfe zweier Maschinen Modelle. Dem U-Modell und dem I-Modell. Beim **U-Modell** wird zuerst der Statorfluss und daraus der Rotorfluss berechnet.

$$\underline{\Psi}_1 = \int (u_1 - R_1 \dot{i}_1) dt \quad (90)$$

$$\underline{\Psi}_2 = \frac{L_2}{L_h} \underline{\Psi}_1 - i_1 L_1 \sigma \quad (91)$$

- + nicht empfindlich auf ungenaue Parameter  $\underline{u}_1 \gg R_1 \dot{i}_1$ . Die Streinduktivität ist meist gut bekannt.
- ist sehr empfindlich bei kleinen Frequenzen, da  $\frac{d\underline{\Psi}_1}{dt}$  sehr klein wird und in die Grössenordnung von  $R_1 \dot{i}_1$  kommt.

Beim **I-Modell** wird der Strom zuerst ins rotorflussorientierte Koordinatensystem transformiert, dort wird er gemäss

$$\underline{\Psi}_2^R = L_h \dot{i}_1^R \frac{1}{1 + s\tau_2} \quad (92)$$

berechnet (PT1) und dann wieder ins statororientierte Koordinatensystem zurückgedreht.

- + wäre für alle Frequenzbereiche gut geeignet, wenn  $L_h$  und  $R_2$  genau bekannt wären.
- $L_h$ ,  $R_2$  nicht genau bekannt.
- es braucht einen Drehzahlsensor (finanziell unbeliebt und nicht zuverlässig)

**PLL** Die betrachteten Maschinenmodelle liefern den Fluss als Raumzeiger (mit Betrag und Phase), für einige Berechnungen ist jedoch die Kreisfrequenz. Da ableiten sehr rauschanfällig und deswegen heikel ist, verwendet man lieber einen PLL (phase locked loop). Dies ist ein Regelkreis dessen Ausgangswinkel dem Eingangswinkel geregelt folgt. Ein Zwischenprodukt ist die Kreisfrequenz.

#### 4.5.4 Abgleich der beiden Maschinenmodelle (“tuning”)

Man kann die redundante Information, welche in den Maschinenmodellen steckt verwenden um die ungenauen Parameter abzugleichen. Für den Abgleich des Quotienten  $\frac{L_{\sigma 2}}{L_h}$  ist keine Methode bekannt, dieser Quotient ist jedoch nicht empfindlich. Zuerst wird das U-Modell mit  $L_{\sigma}$  abgeglichen und danach als korrekt betrachtet für den Abgleich des I-Modelles.

**Abgleich von  $L_{\sigma}$**  Wenn  $L_{\sigma}$  zu gross oder zu klein ist ergibt sich ein Winkelfehler zwischen dem Modell und der Maschine, dies ist im Leerlauf ( $i_q = 0$ ) nicht bemerkbar. Fährt man also beim U-Modell mit Fixem Sollwert für  $\Psi_2$  und variiert dann die q-Stromwerte, ergeben sich folgende Kurven für den iterativen Abgleich.

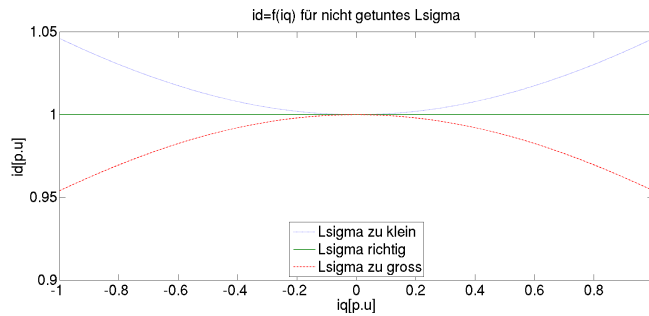


Abbildung 12:  $L_\sigma$  tuning  $i_d = f(i_q)$

**Abgleich von  $L_h$**  Man fährt jetzt mit dem getunten U-Modell und berechnet:

$$L_h = \frac{\Psi_2}{i_d} \quad (93)$$

Da das I-Modell für tiefe Frequenzen gedacht ist, sollte man in einem Bereich ohne Feldschwächung fahren und dies im Leerlauf ( $i_q = 0$ ) um möglichst viele Störeinflüsse auszuschliessen.

**Abgleich von  $\tau_2$**  Hier gibt es 2 Möglichkeiten wieder unter dem fahren mit getuntem U-Modell. Man kann  $\tau_2$  aus dem  $i_{d,Ref}$ -Sprung wie folgt ablesen. Der d-Strom wird mit vernachlässigbarer Zeitkonstante auf den Referenzwert Springen und der Fluss folgt mit PT1 verhalten. Die zweite Möglichkeit  $\tau_2$  zu berechnen ist über Gleichung (76), wobei

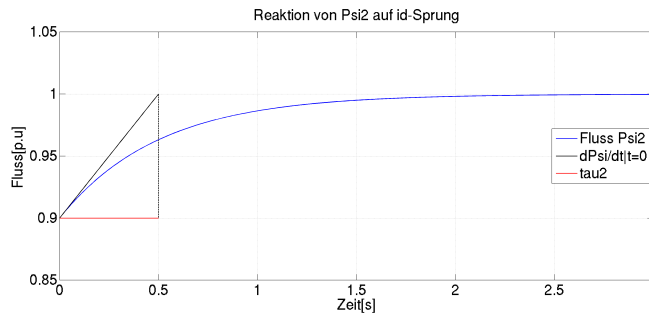


Abbildung 13:  $\Psi_2$  Antwort auf  $i_d$ -Sprung

hier zu beachten ist, dass  $\omega_2$  sehr sensibel auf Fehler von  $\omega_1$  &  $\omega_{mech}$  reagiert. Deswegen sollten diese Werte stark gefiltert werden.

$$\tau_2 = \frac{L_h i_{1q}}{\omega_2 \Psi_2} \quad (94)$$

## 4.6 Common Mode

Elektrische Antriebe werden oft durch Leistungselektronische Schaltungen gespeisen, weil dies eine bessere Regelung ermöglicht. Betrachten wir nun eine ASM welche über eine Zwischenkreisspannung  $U_{dc}$

gespiesen wird und nicht geerdet ist. Modulieren wir die Leistungsschalter mit einem Modulationssignal  $m_{123}(t) = \cos(\omega t + D)$  für ( $D = \{0, -120^\circ, +120^\circ\}$ ). Erhalten wir die folgenden Phasenspannungen

$$U_{123}(t) = \frac{U_{dc}}{2} \cdot \cos(\omega t + D) \quad (95)$$

dabei beträgt die maximale Spannung zwischen Phase 1 & 2

$$U_{\text{ph-ph}} = U_1 - U_2 = \frac{U_{dc}}{2} \cdot \sqrt{3} \cos(\omega t + 30^\circ) \approx 0.866 U_{dc} \cos(\omega t + 30^\circ) \quad (96)$$

Aus der Schaltungstopologie ist jedoch eine maximale verkettete Spannung von  $U_{dc}$  möglich. Wenn wir nun einen Gleichanteil (CM) auf die Phasenspannungen geben und dann diesen Schlauch strecken,

$$U_{CM} = \frac{\max(U_{123}) + \min(U_{123})}{2} \quad (97)$$

$$U'_{123} = \frac{U_{dc}}{\sqrt{3}} (\cos(\omega t + D) - U_{CM}) \quad (98)$$

können wir nur das Potential des Sternpunktes der ASM modulieren ohne zusätzliche Phasenströme zu generieren. Und Die maximale verkettete Spannung  $U_{\text{ph-ph}}$  um  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  auf  $U_{dc}$  erhöhen.

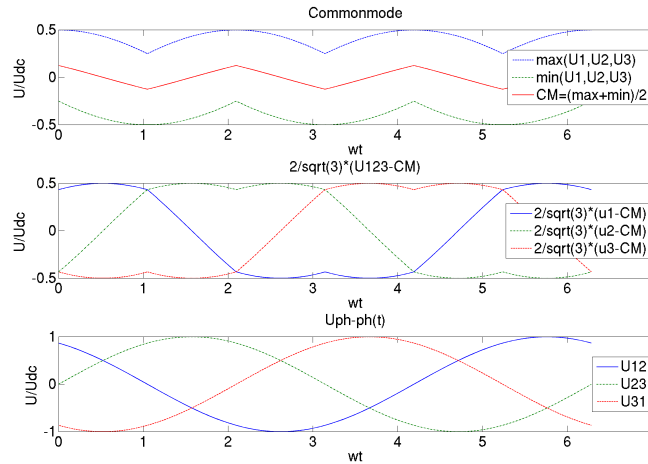


Abbildung 14: ASM Commonmode Ansteuerung

## 5 Halbwissen

Aufgelistet sind im Folgenden Die Intrinsische Dichte  $n_{i0}$  und der spezifische Widerstand  $\rho$  für Silizium bei Raumtemperatur und bei  $125^\circ C$ .

## 5.1 Dotierkonzentration

	25°C (ca. 300°K)	125°C (ca. 400°K)
$n_{i0}$	$1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$	$10^{13} \text{ cm}^{-3}$
$\rho$	$2.5 \cdot 10^5 \Omega \text{ cm}$	$3.5 \cdot 10^2 \text{ Ohm cm}$

Wird der Halbleiter P-dotiert, ergeben sich die folgenden Ladungsträgerkonzentrationen.

$$p_{p0} = N_A^- + n_{p0} \approx N_A^- \quad (99)$$

$$n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A^-} \quad (100)$$

Der Zusammenhang bei N-Dotierung ist analog:

$$n_{n0} = N_D^- + p_{n0} \approx N_D^- \quad (101)$$

$$p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D^-} \quad (102)$$

Im Falle der vollständigen Ionisation entspricht die Dichte der ionisierten Donator- und Akzeptoratome der Dotierkonzentration ( $N_A^- = N_A$ ).

## 5.2 PN-Übergang

### 5.2.1 eingebautes Potential

Durch die abrupte Änderung in der Dotierkonzentrationen entsteht bei Zusammenfügen eines PN-Überganges ein Dichtegradient, der einen Strom von Ladungsträgern zur Folge hat. Elektronen wandern aus dem N-Gebiet über die Grenzschicht ins P-Gebiet, Löcher strömen in die entgegengesetzte Richtung. Ein E-Feld entsteht und wird fortan das Gleichgewicht der beiden Konzentrationen in der Raumladungzone erhalten. Die verlassenen Atomrümpfe und angesammelten Löcher im N-Gebiet, sowie die im P-Gebiet neu angekommenen Elektronen und besetzten Defekte erzeugen ein E-Feld, welches von N nach P zeigt. Das eingebaute Potential zeigt folgerichtig ebenfalls in diese Richtung.

$$V_{bi} = V_t \cdot \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2}$$

$$V_{bi} = V_t \cdot \ln \frac{n_{n0}}{n_{p0}}$$

$$V_{bi} = \frac{e}{2\epsilon} (N_A x_p^2 + N_D x_n^2)$$

$$V_t = \frac{kT}{e}$$

### 5.2.2 Raumladungsschicht

Durch Diffusion entsteht am PN-Übergang eine Raumladungszone. Deren Ausdehnung in die Bahngebiete errechnet sich nach

$$x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon V}{e} \frac{N_A}{N_D(N_A + N_D)}} \stackrel{N_A \gg N_D}{\approx} \sqrt{\frac{2\varepsilon V}{e} \frac{1}{N_D}} \quad (103)$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon V}{e} \frac{N_D}{N_A(N_A + N_D)}} \stackrel{N_D \gg N_A}{\approx} \sqrt{\frac{2\varepsilon V}{e} \frac{1}{N_A}} \quad (104)$$

Die Weiten und Dotierungen sind über die Formel

$$x_n N_D = x_p N_A$$

miteinander Verbunden. Folglich dehnt sich die Raumladungszone stark in das angrenzende Gebiet geringer Dotierung aus.

Die gesamte Raumladungszonenbreite ist die Addition der Ausleger in den Bahngebieten  $W = x_n + x_p$ :

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon V}{e} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}$$

Im offenen Falle ist die treibende Spannung  $V$  gerade gleich dem eingebauten Potential  $V_{bi}$ . Eine Sperrspannung erhöht das Potential und wird somit **addiert**. Eine Vorwärtsspannung **subtrahiert**.

### 5.2.3 Elektrisches Feld

Das elektrische Feld ist auch bekannt als

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \Leftrightarrow \oint_{\partial V} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d\vec{F} = \iiint_V \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} dV \quad (105)$$

Was sich im Falle eines PIN-Übergangs und unter Vernachlässigung der Randeffekte auf ein eindimensionales Integral vereinfacht.

$$E(x) = \int \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} dx \stackrel{z.B.}{=} \frac{e \cdot n_{p0}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} x \quad (106)$$

Durch erneute Integration ergibt sich das Potential  $\phi_a - \phi_b = \int_a^b E(x) dx$

## 5.3 Thyristor

Thyristoren können über einen zum Laststrom verhältnismässig kleinen Gatestrom eingeschaltet werden. Die Mitkopplung erledigt dabei das Hochfahren bis zum eigentlich leitenden Betriebspunkt.

Dieser Vorgang ist zudem örtlich transient, sodass kurz nach dem Einschaltimpuls nur gerade die gatenahen Bereiche des Halbleiters leitend werden. Um lokale Überhitzung zu vermeiden muss daher der Anstieg des Laststromes  $\frac{di_L}{dt}$  begrenzt sein. Beim Ausschalten ist es notwendig eine gewisse Schonzeit einzuhalten bevor der Thyristor wieder

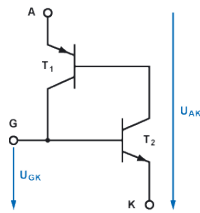


Abbildung 15: Ersatzschaltbild eine Thyristors

in Blockierichtung beansprucht wird. Auch ist die Steilheit der Wiederkehrspannung  $\frac{dv}{dt}$  zu begrenzen um transiente Ströme im inneren des Transistors und somit ein ungewolltes Rückzünden zu vermeiden.

#### 5.4 Integrated Gate Commutated Thyristor(IGCT)

Es geht auch anders: Dimensioniert man das Gate ausreichend Gross, kann man den Thyristor mit einem Ausschaltimpuls gleich dem Laststrom befeuern. Der ganze Abschaltvorgang des Anodenstromes wird dann durch den Ausschaltvorgang des Transistors  $T1$  gesteuert.

- Ohne Mitkopplungseffekte. Es entfällt jegliche  $\frac{dv}{dt}$  Beschaltung beim Abschalten und jegliche  $\frac{di}{dt}$  Steuerung beim Einschalten.
- Der Strom durch die Freilaufdiode muss jedoch begrenzt werden.

**Steuerung** Um die kurzzeitig fließenden Gateströme bereitzustellen sind grosse Kondensatorbänke erforderlich, weshalb die Ansteuereinheit ein bisschen grösser ausfällt. Die Verstärkungen der inhärenten Transistoren wurde so eingestellt um einen möglichst stabilen Schaltvorgang zu erreichen. Damit ist die Mitkopplung nicht mehr wie bei Thyristor selbsterhaltend und es muss im eingeschalteten Zustand ein Haltestrom anliegen um ein Kippen zu verhindern.

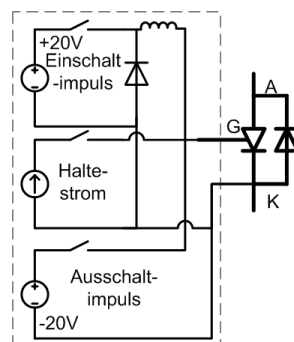


Abbildung 16: Ansteuerung eines IGCT

## 5.5 Insulated Gate Bipolar Transistor (IGBT)

Vereinfacht lässt sich der IGBT als einen mittels eines MOSFET eingeschalteten Bipolar Transistor beschreiben. Damit ist er **Spannungsgesteuert**.

- Um die antiparallele Diode zu schützen muss beim **Einschalten** das  $\frac{di}{dt}$  begrenzt werden. Dies wird durch  $C_{GE}$  erreicht. Mit ihren  $R_{G\_on}$  und  $R_{G\_off}$  Widerständen erreicht man eine  $\frac{dv}{dt}$  Reduktion.
- Um bei Kurzschlüssen eine Zerstörung des Bauteils zu verhindern muss innerhalb von  $10\mu s$  der Fehler erkannt und ausgeschaltet sein. Dies wird mit einer Sättigungsspannungsüberwachung und einem meist als FPGA ausgeführten schnellen Regelteil realisiert.

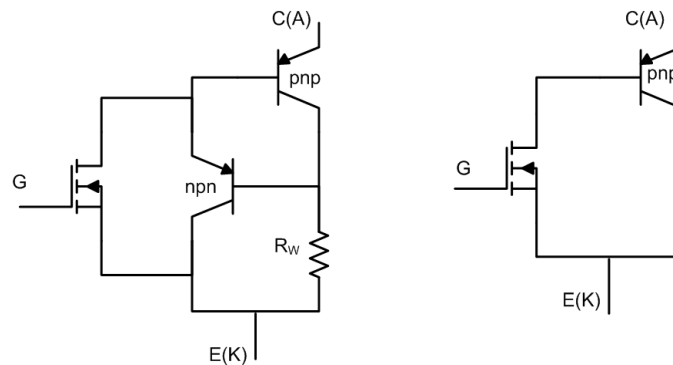


Abbildung 17: Ersatzschaltbild eines IGBT

**Steuerung** Der IGBT wird über zwei Spannungsquellen Ein- und Ausgeschaltet. Üblicherweise ist der Ausschaltwiderstand rein parasitärer Natur und muss nicht künstlich erhöht werden. Die Schaltgeschwindigkeit wird also durch einen  $RC$ -Kreis begrenzt.

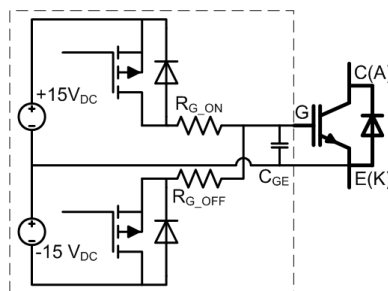


Abbildung 18: Ansteuerung eines IGBT

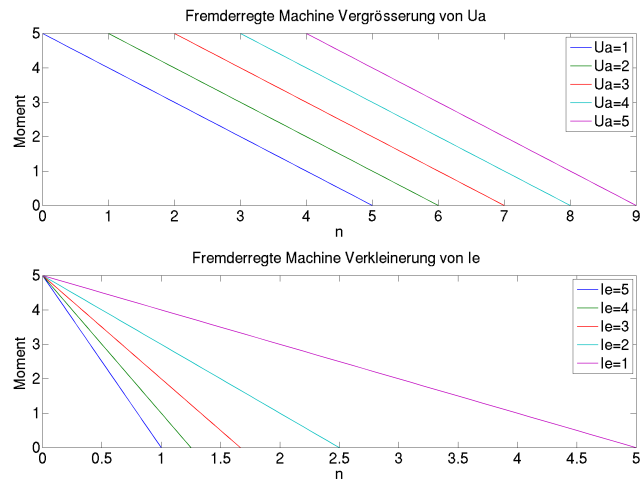


Abbildung 19: Drehmoment Drehzahl Kennlinien einer Fremderregten GM

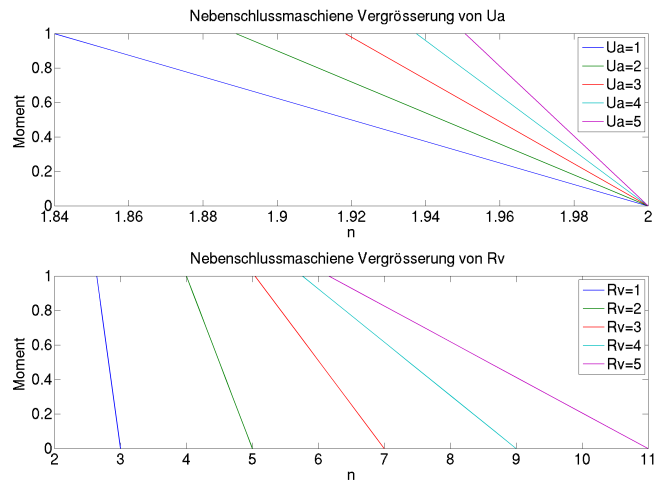


Abbildung 20: Drehmoment Drehzahl Kennlinien einer Nebenschluss GM

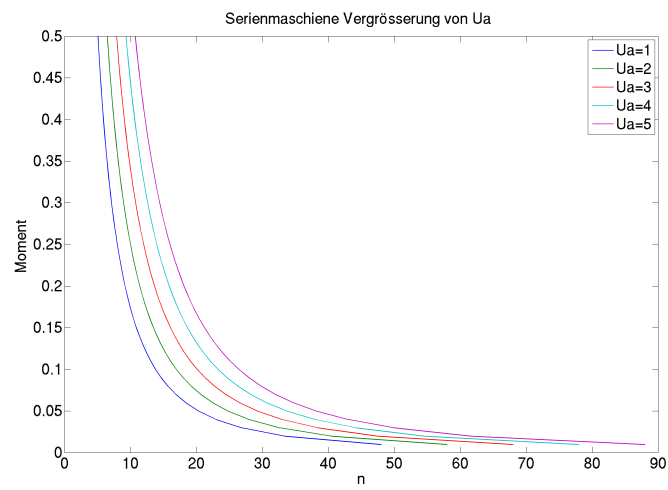


Abbildung 21: Drehmoment Drehzahl Kennlinien einer Serie GM