

# Dual-Mesh Ansatz zur numerischen Simulation von Sedimenttransport auf unstrukturierten Berechnungsgittern

*Christian Volz, Patric Rousselot, David Vetsch, Renata Müller, Roland Fäh*

## Zusammenfassung

Für eine genaue Repräsentation stark variabler Topographien und komplexer Berandungen bei der Simulation von Strömungsvorgängen ist der Einsatz von unstrukturierten Gittern vorteilhaft. Dabei kommt häufig eine zellen-zentrierte Finite-Volumen (FV) Methode zum Einsatz bei der die Geländehöhen in den Knoten der Gitterzellen definiert sind und die eine akkurate Abbildung komplexer Topographien ermöglicht. Die Anwendung einer solchen Diskretisierung für die Modellierung des Geschiebetransports weist jedoch Schwierigkeiten auf. Zur Vermeidung der Probleme wird ein Dual-Mesh Ansatz vorgestellt, der separate Gitter für die Lösung der 2D-Flachwassergleichungen und für die 2D-Modellierung des Geschiebetransports verwendet. Die Funktionstüchtigkeit des numerischen Verfahrens wird anhand von Validierungsbeispielen aufgezeigt. Das Verfahren ist in das an der VAW entwickelte Programm BASEMENT integriert.

## 1 Einführung

Die 2D-Modellierung von Strömungsvorgängen und Geschiebetransport in Fließgewässern gewinnt dank steigender Rechenkapazitäten zunehmend an Bedeutung und an praktischer Relevanz. Möglichst präzise Vorhersagen sind besonders bei Naturgefahren mit grossem Schadenspotenzial von Bedeutung, wie beispielsweise bei Hochwasserereignissen und Dammbrechtszenarien. Die 2D-Modellierung von Geschiebetransport ist bei vielen flussbaulichen und wasserbaulichen Fragestellungen ein nützliches und hilfreiches Werkzeug für die Entscheidungsfindung. Zu möglichen Anwendungsgebieten gehören u.a. die Simulation lokaler Ablagerungen und Erosion im Bereich von Bauwerken, Zusammenflüssen oder Flussaufweitungen sowie die Abschätzung langfristiger Sohlentwicklungen von Gewässern und Sedimentumlagerungen aufgrund von Extremereignissen.

Bei praktischen Anwendungsfällen und der Modellierung von natürlichen Verhältnissen hat man es dabei häufig mit unregelmässigen Topographien und komplexen Berandungen zu tun. Die Verwendung von unstrukturierten Gittern zur numerischen Modellierung weist in solchen Fällen einige Vorteile gegenüber strukturierten Gittern auf. Unstrukturierte Gitter können besser an die lokalen Gegebenheiten angepasst werden. Sie erlauben zudem lokale Verfeinerungen des Gitternetzes an Orten von besonderem Interesse und ermöglichen die Reduktion der benötigten Berechnungselemente und somit eine effiziente Modellierung. Die Verwendung von hybriden Gittern, bestehend aus unregelmässigen Dreiecks- und Vierecks-Zellen, erlaubt es dabei besonders zweckmässige Berechnungsgitter zu erstellen.

Für die numerische Simulation der 2D-Flachwassergleichungen kommen häufig FV-Methoden zum Einsatz, welche sich gut auf unstrukturierte Gitter anwenden lassen. Zudem erlauben FV-Methoden eine massenerhaltende und effiziente Modellierung der Strömungsvorgänge. Viele der in den letzten Jahren veröffentlichten numerischen Modelle setzen dabei auf eine zellen-zentrierte Diskretisierung, bei der die Erhaltungsgrössen in der Mitte der Zelle und die Sohlagen in den Knoten der Zellen definiert sind. Diese Diskretisierung ermöglicht es Topographien akkurat abzubilden, was insbesondere von Vorteil bei stark ungleichförmigem Gelände mit wechselndem Sohlgefälle und abrupten Einschnitten ist, wie man es z.B. in



Bei der Modellierung des Geschiebetransports wird über das zugehörige Kontrollvolumen das ein- und austretende Geschiebe bilanziert. Im Fall von fraktioniertem Transport ist dazu über das Kontrollvolumen für jede Kornklasse  $g$  die sogenannte Sortiergleichung zu lösen

$$(1 - p) \frac{\partial}{\partial t} (\beta_g \cdot h_m) + \frac{\partial q_{B_g,x}}{\partial x} + \frac{\partial q_{B_g,y}}{\partial y} - s_{f,g} - s_{l,g} = 0 \quad g = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

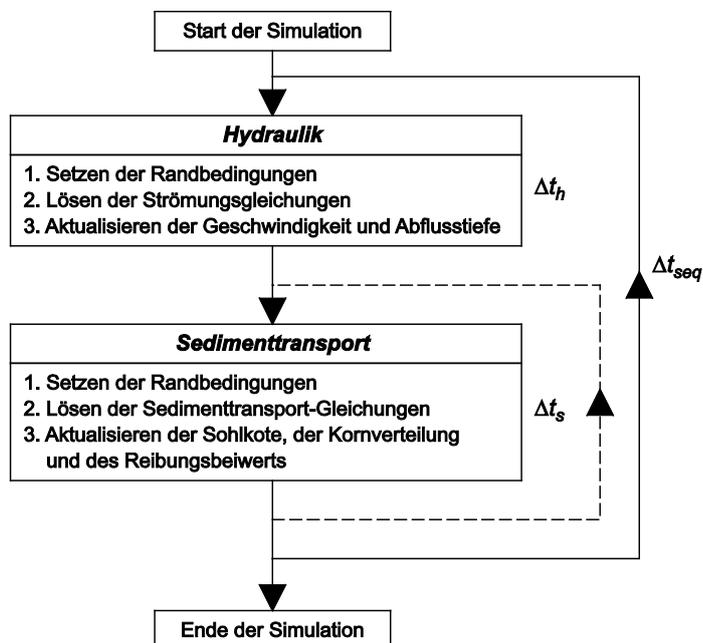
wobei  $\beta_g$  = Kornfraktion der Kornklasse  $g$ ,  $h_m$  = Dicke des Kontrollvolumens,  $p$  = Porosität des Sediments,  $(q_{B_g,x}, q_{B_g,y})$  = Komponenten der Transportrate,  $s_{f,g}$  = Fluss durch den Boden des Kontrollvolumens und  $s_{l,g}$  = Quellterm für lokale Zugaben oder Entnahmen von Sediment.

Die Bilanzgleichung für die globale Massenerhaltung des Sediments (Exner-Gleichung) erhält man durch die Summation aller Flüsse und Quellterme zwischen der Sohle und einem Referenzlevel über alle Kornfraktionen.

$$(1 - p) \frac{\partial z_B}{\partial t} + \sum_{g=1}^{ng} \left( \frac{\partial q_{B_g}}{\partial x} + \frac{\partial q_{B_g}}{\partial y} - s_{l,g} \right) = 0 \quad (2.2)$$

Die Sohlhöhe  $z_B$  und die Kornfraktionen  $\beta_g$  sind die primären Variablen die sich direkt aus der Lösung der Bilanzgleichungen des Sedimenttransports ergeben. Die Transportraten, die Dicke des Kontrollvolumens und die jeweiligen Quellterme sind dagegen sekundäre Variablen die von den primären Variablen abhängen und zusätzliche empirische Schliessbedingungen erfordern.

Zur Lösung der Bilanzgleichungen wird hier ein ungekoppelter, quasi-stationärer Ansatz gewählt.



**Abb. 2** Schematische Skizze des quasi-stationären Lösungsansatzes

Hierbei wird die Annahme getroffen dass die Veränderungen der Sohlage und der Kornzusammensetzungen langsam ablaufen gegenüber den Änderungen der Grössen des Strömungsfelds. Mit dieser Annahme ist der in Abb. 2 skizzierte Lösungsansatz gerechtfertigt. Dabei wird zuerst das Strömungsfeld mit der aktuellen Morphologie für einen gegebenen

Zeitschritt berechnet. Ausgehend von dem berechneten Strömungsfeld werden dann in einem oder mehreren morphologischen Zeitschritten die Veränderungen in der Morphologie bis zum Ende dieses gegebenen Zeitschritts berechnet. Die neu berechnete Morphologie wird dann der nächsten hydraulischen Berechnung wieder zugrunde gelegt.

Für einen solchen ungekoppelten, expliziten Ansatz sprechen dabei im Vergleich zum gekoppelten, impliziten Ansatz vor allem die grössere Flexibilität bei der Implementierung komplexer Transportformeln sowie die Unkompliziertheit bei der Berücksichtigung von Bereichen mit fixer Sohle und von Deckschichten. Bei hinreichend kleinen Zeitschritten kann angenommen werden dass die Abweichungen der Resultate zu gekoppelten Ansätzen für die meisten praktischen Anwendungen vernachlässigbar sind [3].

### 3 Empirische Beziehungen

Die Sohlschubspannung ( $\tau_{Bx}, \tau_{By}$ ) ist für die Transportmodellierung ein essenzieller Eingangsparameter und wird hier über das quadratische Reibungsgesetz bestimmt. Es wird dabei die Annahme getroffen dass die Sohlschubspannung in Richtung der tiefengemittelten Fließgeschwindigkeit ( $u, v$ ) wirkt.

$$\tau_{Bx} = \rho \frac{u\sqrt{u^2 + v^2}}{c_f^2}, \quad \tau_{By} = \rho \frac{v\sqrt{u^2 + v^2}}{c_f^2}$$

Der Reibungskoeffizient  $c_f$  kann nach verschiedenen Reibungsansätzen (z.B. Strickler oder Manning) oder aus der Zusammensetzung des Sedimentmaterials ermittelt werden.

Die spezifische Transportrate setzt sich im Programm aus drei Komponenten zusammen:

- Die Gleichgewichts (GG)-Transportkapazität kann für Einkorn- oder fraktionierten Transport mithilfe verschiedener empirischer Transportformeln berechnet werden. Dabei können u.a. auch Einflüsse von Sohlformen und Ansätze für das „Hiding & Exposure“ von Sedimentpartikeln berücksichtigt werden. Die kritische Sohlschubspannung, die für den Bewegungsbeginn der Partikel überschritten sein muss, wird entweder nach Shields bestimmt oder explizit vorgegeben. Um den Einfluss eines lokalen Sohlgefälles auf die kritische Sohlschubspannung zu berücksichtigen, ist zudem ein Korrekturansatz nach van Rijn [4] implementiert.
- Um die laterale Komponente der Transportrate abzuschätzen wird zusätzlich der empirische Ansatz nach Ikeda [5] angewandt. Dieser laterale Beitrag zur Transportrate entsteht in Situationen in denen auch ein Sohlgefälle lateral zur Strömungsrichtung existiert, welches zu einer gravitationsbedingten Ablenkung des sich bewegenden Sedimentpartikels führt.
- Es besteht die Möglichkeit rein gravitativen Transport zu berücksichtigen wie er bei einem Böschungskollaps stattfindet. Dazu ist ein heuristischer Ansatz implementiert der auf dem Ruhewinkel des Sedimentmaterials basiert.

Für den fraktionierten Geschiebetransport ist zudem die Dicke des Kontrollvolumens ein wichtiger Parameter besonders in Hinblick auf die stattfindenden Sortierungsprozesse. In der Literatur existiert eine Vielzahl verschiedener empirischer Ansätze für die Bestimmung der Dicke des Kontrollvolumens auf die hier nicht näher eingegangen wird. Es besteht im

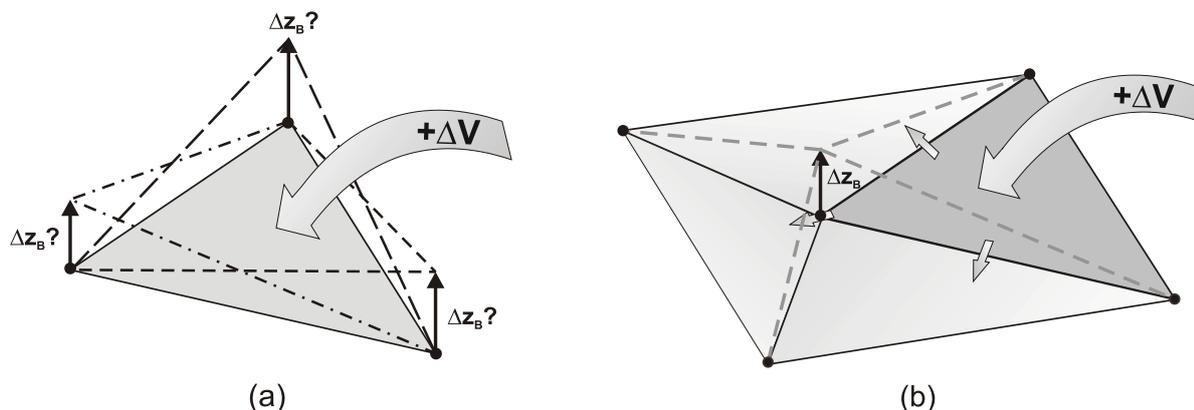
Programm sowohl die Möglichkeit die Dicke konstant zu setzen als auch sie dynamisch in Abhängigkeit von den Erosions- bzw. Ablagerungsraten nach Borah [6] zu bestimmen.

## 4 Räumliche Diskretisierung und der Dual-Mesh Ansatz

### 4.1 Problembeschreibung

Für die hydrodynamische Berechnung wird eine zellen-zentrierte räumliche Diskretisierung des Untersuchungsgebiets verwendet. Dabei werden die Erhaltungsgrößen im Mittelpunkt der Zelle definiert, wogegen die Sohlagen auf den Knoten der Zelle definiert werden. Dieser Ansatz ermöglicht eine linear variierende Sohlage innerhalb der Zelle. Im Hinblick auf die Abbildung der Topographie entspricht dies einem genaueren Verfahren zweiter Ordnung gegenüber Ansätzen mit konstanten Sohlhöhen in den Zellen. Wendet man jedoch diese Art der Diskretisierung auch für die Modellierung des Geschiebetransports an, so ergeben sich einige numerische Problemstellungen die nachfolgend kurz zusammengefasst sind.

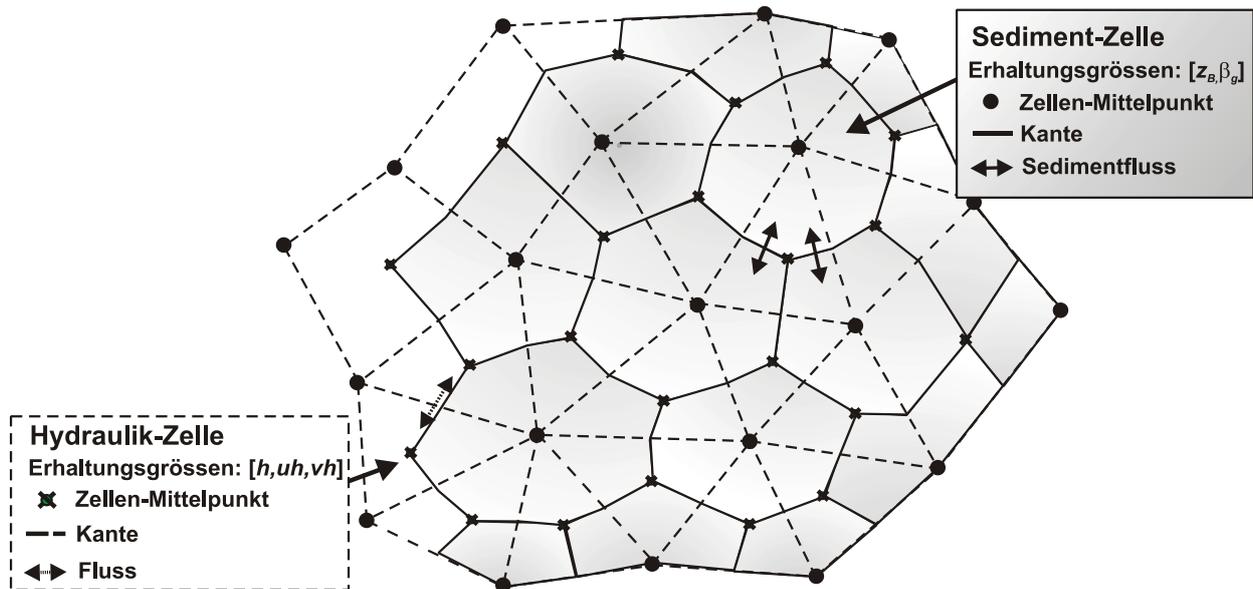
- Die Änderung des Sedimentvolumens innerhalb einer Zelle durch Zu- oder Abflüsse muss in einer geeigneten Weise auf die drei oder vier Knoten dieser Zelle aufgeteilt werden. Die Aufteilung des Sedimentvolumens auf die Knoten ist jedoch nicht eindeutig bestimmt und es ist nicht klar nach welchen Kriterien sie erfolgen muss (Abb. 3a).
- Die Veränderung der Sohlage eines Knotens einer Zelle beeinflusst nicht nur das Sedimentvolumen innerhalb dieser Zelle sondern auch die Sedimentvolumina aller benachbarten Zellen (Abb. 3b). Dies ist problematisch in Hinsicht auf die Massenerhaltung des Sediments.
- Die Beeinflussung der benachbarten Zellen führt zu künstlichen numerischen Flüssen in diese benachbarten Zellen. Dies trägt zu numerischer Diffusion bei. Bei Simulationen mit mehreren Kornfraktionen kann dies zudem eine unerwünschte Vermischung der Kornverteilungen benachbarter Zellen verursachen. Dabei ist prinzipiell auch der Transport von Kornklassen möglich deren Bewegungsbeginn in einer Zelle gar nicht überschritten wurde.



**Abb. 3** (a) Unklare Aufteilung des veränderten Sedimentvolumens auf die Knoten, (b) Beeinflussung benachbarter Zellen durch Veränderungen der Sohlage eines Knoten

## 4.2 Dual-Mesh Ansatz

Als Lösungsstrategie für die beschriebenen Problemstellungen, unter Beibehaltung der Diskretisierung für die hydrodynamischen Berechnungen, wird ein Ansatz gewählt bei dem ein zusätzliches Berechnungsgitter für den Geschiebetransport erstellt wird. Aus diesem Grund wird der Ansatz hier als „Dual-Mesh“ Verfahren bezeichnet. Die Zellen des zusätzlichen Gitters werden dabei um die Knoten des hydraulischen Gitters erstellt und besitzen somit die Knoten in ihrem Zellenmittelpunkt (Abb. 4). Dieses zusätzliche Gitter wird dabei automatisch aus den Informationen des hydraulischen Gitters erstellt. Die Konstruktion der Sediment-Zellen kann dabei grundsätzlich mit verschiedenen Ansätzen erfolgen. Hier werden Median-Dual Zellen verwendet, welche man erhält indem alle Zellen- und Kantenmittelpunkte um einen Knoten im hydraulischen Gitter miteinander verbunden werden.



**Abb. 4** Dual-Mesh Ansatz – zellen-zentrierte Diskretisierung für die Hydraulik (gestrichelt) und knoten-zentrierte Diskretisierung für den Geschiebetransport (durchgezogen)

Die primären Variablen für den Geschiebetransport, die Sohllage  $z_B$  und die Kornfraktionen  $\beta_g$ , werden in der Sediment-Zelle definiert und konstant über die Zelle angenommen. Damit erhält man eine knoten-zentrierte FV-Methode für den Geschiebetransport auf dem separaten Gitter. Wie sich für Dreiecksgitter einfach zeigen lässt hat die Verwendung von Median-Dual Zellen mit konstanten Sohllagen dabei die erfreuliche Eigenschaft dass eine Volumenänderung in einer Sediment-Zelle mit den dadurch verursachten Volumenänderungen in den betroffenen Hydraulik-Zellen genau übereinstimmt.

Dieser Ansatz umgeht die zuvor geschilderten Probleme. Änderungen im Sedimentvolumen einer Gitterzelle beeinflussen nicht mehr die Nachbarzellen, d.h. die Massenerhaltung des Sediments ist gewährleistet und ergibt sich automatisch aus dem numerischen Verfahren. In Folge entsteht auch keine zusätzliche numerische Diffusion und die Vermischung der Kornverteilungen zwischen benachbarten Zellen wird vermieden.

## 4.3 Berechnung des Sedimentflusses

Bei der verwendeten FV-Methode müssen die Sedimentflüsse auf den Kanten der Sediment-Zellen bestimmt werden. Dafür wird in einem ersten Schritt die Transportrate in den Hydraulik-

Zellen berechnet. Dieses Vorgehen ist vorteilhaft, da innerhalb der Hydraulik-Zellen die Schubspannung sowie andere für die Transportberechnung benötigten Größen des Strömungsfelds direkt verfügbar sind und nicht interpoliert werden müssen. Ebenso ist das für die Berechnung benötigte Sohlgefälle innerhalb der hydraulischen Zelle klar definiert und bekannt. Für die Ermittlung des Flusses auf der Kante der Sediment-Zelle haben vor allem zwei Ansätze gute Resultate gezeigt:

- Die berechnete Transportrate in der Hydraulik-Zelle wird direkt auf die Kante der Sediment-Zelle projiziert. Dies ist einfach möglich da jede Kante einer Sediment-Zelle stets komplett innerhalb einer Hydraulik-Zelle liegt.
- Es wird für jede Sediment-Zelle eine gemittelte Transportrate bestimmt. Dazu werden die berechneten Transportraten aller teilhabenden Hydraulik-Zellen flächengemittelt. Der Fluss über die Sediment-Kante wird schliesslich aus einer Kombination der Flüsse der beiden angrenzenden Sediment-Zellen ermittelt.

Hier wird der letztere Ansatz verwendet, weil er die Möglichkeit einer Upwind-Gewichtung der Flüsse bietet. Dies erscheint numerisch vorteilhaft und entspricht eher den physikalischen Verhältnissen nach denen sich die GG-Transportrate erst mit Verzögerung zum Strömungsfeld einstellt. Die Berechnung des Sedimentflusses  $q_{B,i+1/2}$  auf der Kante erfolgt somit als

$$\vec{q}_{B,i+1/2} = \theta \vec{q}_{B,i} + (1 - \theta) \vec{q}_{B,i-1},$$

wobei  $\theta$  der Upwind-Faktor und  $(\vec{q}_{B,i}, \vec{q}_{B,i-1})$  die Transportraten der oberstrom bzw. unterstrom gelegenen Sediment-Zellen sind.

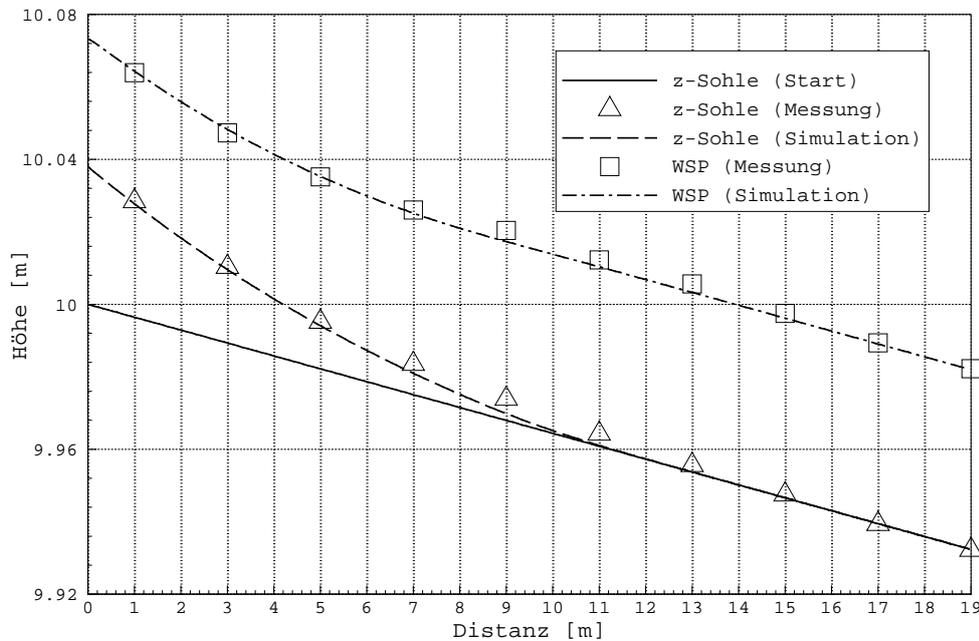
## 5 Vergleich mit Laborexperimenten

Die Funktionstüchtigkeit des hier vorgestellten Dual-Mesh Verfahrens ist zu validieren. Da kaum analytische Lösungen für den Sedimenttransport zur Verfügung stehen erfolgt die Prüfung anhand von Simulationen ausgewählter Laborversuche, die bereits zur Validierung verschiedener numerische Modelle herangezogen wurden. Im Folgenden werden zwei Modelle zur Validierung des Verfahrens (Einkorn und Mehrkorn) vorgestellt.

### 5.1 Plötzliche Auflandung

Soni et. al. [7] untersuchten die Auflandung von Sediment in einem Rechteckkanal (0.2 m Breite, 30 m Länge) unter gleichförmigen Abflussbedingungen. Sediment wurde laufend am oberen Ende des Kanals zugegeben und ein GG-Transport wurde eingestellt. Die so ermittelte Transportrate beträgt  $2.42E-7$  m<sup>3</sup>/s. Dann wurde die Sedimentzugabe plötzlich auf ein vielfaches der Transportrate erhöht, was zu einer starken Auflandung im oberen Zulaufbereich des Kanals führte. Von den mehreren durchgeführten Versuchen wurde ein Versuch mit einer vierfachen Überladung des GG-Transports ausgewählt. Das Laborexperiment wurde mit einem Einkornmodell und einem mittleren Korndurchmesser von 0.32 mm auf einer beweglichen Sohle abgebildet. Die Diskretisierung des Rechteckkanals erfolgte mit einem unstrukturierten Gitter aus ca. 1200 Dreieckselementen. Als Transportformel wurde trotz des relativ feinen Materials der Ansatz nach Meyer-Peter & Müller gewählt, wobei der Vorfaktor der Transportformel auf 3.3 zu reduzieren war um den gemessenen GG-Transport nachbilden zu können.

Die Veränderungen der Sohlenlage und des Wasserspiegels wurden im Anschluss mit den dokumentierten Messwerten zu verschiedenen Zeitpunkten verglichen. In Abb. 5 sind die Resultate zum letzten Messzeitpunkt nach 40 Minuten Auflandung dargestellt. Generell zeigen sich zufriedenstellende Übereinstimmungen der Ergebnisse und eine korrekte Abbildung der Auflandungsfront. Das numerische Verfahren mit dem quasi-stationären Ansatz für die Transportmodellierung erweist sich trotz der abrupten und starken Überladung der Sedimentzugabe als stabil.



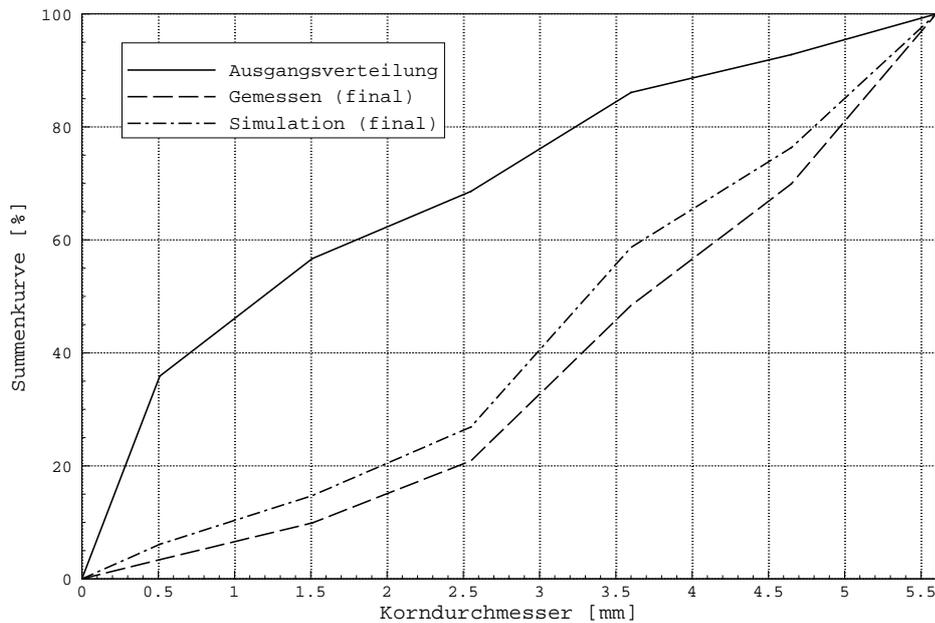
**Abb. 5** Vergleich der Sohlaulandung und des Wasserspiegels (WSP) im Kanal nach 40 min

## 5.2 Bildung einer Deckschicht

Um die Abbildung von Sortierprozessen bei fraktioniertem Transport zu untersuchen wurde ein Laborversuch von Günter [8] simuliert, der dazu diente die Ausbildung einer Deckschicht zu untersuchen. Das Laborgerinne (1 m Breite, 40 m Länge) hatte eine mobile Sohle und wurde über mehrere Wochen mit konstantem Durchfluss überströmt. Es fand dabei keine Sedimentzugabe statt, wodurch mit der Zeit die Feinanteile der Kornmischung bevorzugt ausgetragen wurden und es zur Ausbildung einer Deckschicht im Gerinne kam. Für die Modellierung wurde das Gerinne mit ca. 300 Elementen diskretisiert und die im Experiment verwendete Ausgangsmischung aus sechs Kornklassen angesetzt. Die Berechnung des fraktionierten Transports erfolgte nach dem Ansatz nach Hunziker [9]. Für den Hiding-Exponent und die kritische Sohlschubspannung des Bewegungsbeginns wurden dabei die Werte der Transportformel übernommen. Die Dicke des Kontrollvolumens wurde auf einen konstanten Wert von 5 mm gesetzt.

Die mobile Sohle erodiert während der Simulation wenige Zentimeter bis sich schliesslich eine stabile Deckschicht ausgebildet hat, die eine weitere Erosion verhindert. Das Gefälle der sich ausgebildeten Deckschicht stellt sich dabei nahezu konstant zu 0.23% ein, was einer leichten Verringerung gegenüber dem Ausgangsgefälle von 0.25% entspricht. Dieses Ergebnis stimmt dabei mit den Beobachtungen von Günter gut überein. Ebenfalls kann der experimentelle

Befund der Verkipfung der Sohle um den unterstrom gelegenen Endpunkt der Versuchsrinne auch in der Simulation beobachtet werden.



**Abb. 6** Gemessene und berechnete Zusammensetzung der Kornverteilung der Deckschicht

In Abb.6 sind die gemessenen und die berechneten Kornverteilungen der sich ausgebildeten Deckschicht aufgetragen. Die Kornverteilung aus der numerischen Simulation zeigt dabei eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Messwerten. Das numerische Modell ist in der Lage die Sortierungseffekte und die Ausbildung der Deckschicht erfolgreich abzubilden.

### 5.3 Massenkonservativität

Die Erhaltung der gesamten im Modell vorhandenen und transportierten Masse ist ein essenzielles Kriterium für das verwendete numerische Verfahren. Um die Erhaltung des Sediments in den durchgeführten Simulationen zu prüfen wird das anfänglich im System vorhandene Sedimentvolumen verglichen mit dem Volumen am Ende der Simulation unter Berücksichtigung aller Zu- und Abflüsse und der Porosität des Materials. Es zeigt sich dabei in den vorgestellten Versuchen dass die relativen Abweichungen in einem sehr kleinen Bereich ( $< 1E-6$  %) und somit innerhalb der numerischen Ungenauigkeiten liegen. Der Dual-Mesh Ansatz ermöglicht daher eine massenerhaltende Simulation sowohl für die Wasser- als auch für die Sedimentphase.

## 6 Fazit

Das vorgestellte Dual-Mesh Verfahren erlaubt die Modellierung der 2D-Flachwassergleichungen mit einem zellen-zentrierten FV-Verfahren und gleichzeitig die Modellierung des 2D-Geschiebetransports mit einem knoten-zentrierten FV-Verfahren auf unstrukturierten Gittern. Dies wird möglich durch die Verwendung eines separaten, überlagerten Gitters für den Geschiebetransport, das automatisch aus dem hydraulischen Gitter generiert wird. Damit umgeht der Ansatz einige Problemstellungen die sich bei der Geschiebemodellierung mit einem zellen-zentrierten FV-Verfahren mit knotenbasierten Sohlagen stellen. Die Funktionstüchtigkeit und die Konservativität des numerischen Verfahrens konnten anhand der Nachrechnung von Laborversuchen aufgezeigt werden.

## Anmerkung

Die Software BASEMENT wurde mit finanzieller Unterstützung des schweizerischen Bundesamts für Umwelt (BAFU) entwickelt und ist frei erhältlich unter [www.basement.ethz.ch](http://www.basement.ethz.ch).

## Literatur

- [01] Faeh R, Mueller R, Rousselot P, Veprek R, Vetsch D und Volz C: „BASEMENT – Basic Simulation Environment for Computation of Environmental Flow and Natural Hazard Simulation.“, VAW, ETH Zürich, 2006-2010 ([www.basement.ethz.ch](http://www.basement.ethz.ch))
- [02] Rousselot P, Volz C, Vetsch D, Mueller R und Faeh R: „Multi-Domain-Modell zur effizienten Simulation von Fließgewässersystemen.“, Tagungsband „Wasserbau in Bewegung...Von der Statik zur Dynamik“, Wallgau, 2010
- [03] Faeh R: „Numerical Modeling of Breach Erosion of River Embankments“, Journal of Hydraulic Engineering, 133(9) S.1000-1007, 2007
- [04] Van Rijn L: „Handbook: sediment transport by current and waves“, Report H 461, Delft Hydraulics, Netherlands, 1989
- [05] Ikeda S: „Lateral Bed-Load Transport on Side Slopes“, Journal of the Hydraulics Division-Asce, 108(11) S.1369-1373, 1982
- [06] Borah D K, Alonso C V, und Prasad S N: „Routing graded sediments in streams: Formulations.“, Journal of the Hydraulics Division-Asce, 108(12) S.1486-1503, 1982
- [07] Soni J P: „Laboratory Study of Aggradation in Alluvial Channels“, Journal of Hydrology, 49(1-2) S.87-106, 1981
- [08] Günter A: „Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie“, Heft Nr. 3, VAW, ETH Zürich, 1971
- [09] Hunziker R P und Jaeggi M N R: „Grain sorting processes“, Journal of Hydraulic Engineering-Asce 128(12) S.1060-1068, 2002

## Anschrift der Verfasser

Christian Volz, Patric Rousselot, David Vetsch, Renata Müller, Roland Fäh  
ETH Zürich  
VA f. Wasserbau/Hydrologie/Glaziologie, VAW  
Gloriastrasse 37/39  
8092 Zürich, Schweiz  
[volz@vaw.baug.ethz.ch](mailto:volz@vaw.baug.ethz.ch)