Neues numerisches Verfahren zur Modellierung von Suspensionstransport

Renata Müller, Patric Rousselot, David Vetsch, Christian Volz, Roland Fäh

Zusammenfassung

Zur numerischen Modellierung von Suspensionstransport wurde die an der VAW entwickelte Software BASEMENT um ein neues Verfahren erweitert. Die numerische Lösung der entsprechenden Advektions-Diffusionsgleichung birgt substantielle Probleme, da diese häufig mit künstlicher Diffusion behaftet ist oder sich gar als instabil herausstellt. Zudem ist ein Überschwingen in der Nähe von starken Konzentrationsgradienten zu vermeiden, da dies zu negativen Werten der Konzentration führt, was sich in einem nicht zwingend konservativen Modell manifestiert. Im 1D-Modul von BASEMENT wurden einige bekannte Verfahren implementiert und getestet. Dabei hat sich herausgestellt, dass mit der MDPM (Modified Discontinuous Profile Method) gute Resultate zu erzielen sind. Die Methode zeigt nur geringfügige künstliche Diffusion, ist stabil, und zudem kann die Entstehung von negativen Konzentrationswerten vermieden werden. Aufgrund dieser Erkenntnisse wurde die MDPM für das 2D-Modell entsprechend adaptiert. Wegen der Verwendung eines unstrukturierten Berechnungsgitters lässt sich das Verfahren jedoch nicht geradewegs umsetzen, da die Formulierung des eindimensional konzipierten Schemas für nicht rechteckige Kontrollvolumen nicht offensichtlich ist. Daher wurde ein neues Verfahren für unstrukturierte Gitter entwickelt.

1 Einleitung

Der Transport von in der Schwebe gehaltenen Partikeln oder von gelösten Stoffen in einem Fluid lässt sich mit einer Advektions-Diffusionsgleichung für die räumliche und zeitliche Veränderung der Konzentration beschreiben. Diese Vorgänge werden auch als Suspensionsoder Schadstofftransport bezeichnet. Ersterer spielt bei Flüssen mit feinkörniger Sohle eine bedeutende Rolle, da die leicht mobilisierbaren Sedimente häufig in beachtlichen Mengen vorkommen und zu ausgeprägten sich stetig ändernden Sohltopographien führen. Die an der VAW entwickelte Software BASEMENT [01] wurde um ein Modul zur Lösung solcher Fragestellungen erweitert.

2 Transportgleichungen

Bei einer tiefengemittelten Betrachtungsweise beschreibt die Advektions-Diffusionsgleichung die Veränderung in Zeit und Raum der Menge des sich im Wasserkörper befindenden gelösten Stoffs oder suspendierten Materials (folgend als Stoffmenge bezeichnet). Für den eindimensionalen Fall, bei dem die veränderlichen Grössen entlang der Hauptströmungsrichtung berücksichtigt werden, nimmt sie folgende Form an:

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} + \frac{\partial QC}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A\Gamma \frac{\partial C}{\partial x} \right) - S - S_{\ell} = 0$$
(0.1)

Die benetzte Querschnittfläche des Querprofils A und der Abfluss Q sind aus der Lösung der "de St.Venant-Gleichungen" bekannt [02]. Die Grösse C bezeichnet die gesuchte Konzentration, Γ ist der Koeffizient zur Berücksichtigung der physikalischen Diffusion, der Quellterm S beschreibt den Austausch von suspendiertem Material mit der Gerinnesohle (Ablagerung oder Resuspension) und S_ℓ eine lokale Zugabe oder Entnahme von solchem.

Für den zweidimensionalen Fall gilt eine analoge Gleichung unter Berücksichtigung der zwei horizontalen Richtungen x und y:

$$\frac{\partial}{\partial t}Ch + \frac{\partial}{\partial x}\left(Cq - h\Gamma\frac{\partial C}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(Cr - h\Gamma\frac{\partial C}{\partial y}\right) - S - S_{\ell} = 0 \quad (0.2)$$

In diesem Fall werden die Abflusstiefe h und die spezifischen Abflüsse q und r, in x-, respektive y-Richtung, anhand der Flachwassergleichungen [02] berechnet.

3 Räumliche Diskretisierung

3.1 Allgemein

Für die räumliche Diskretisierung aller Gleichungen wird in BASEMENT eine finite Volumen Methode angewendet. Im eindimensionalen Fall wird der Flusslauf in Kontrollvolumen, sogenannte Elemente, unterteilt die jeweils zu einem Querprofil gehören. Die Grenze zwischen zwei Elementen wird Kante genannt. Abbildung 1 zeigt eine Seitenansicht der Diskretisierung.



Abb. 1 Seitenansicht der eindimensionalen Diskretisierung eines Gerinnes.

Ausgehend von einem definierten Zustand zu einem Zeitpunkt n, bei dem die Konzentration in jedem Element bekannt ist, soll nun die Konzentration in jedem Element zu einem neuen Zeitpunkt n+1 bestimmt werden. Dazu wird die sich anfänglich in einer Zelle befindende Stoffmenge mit jener die während des Zeitschrittes über die linke Kante (i - 1/2) hinein und über die rechte Kante (i + 1/2) hinaus fliesst bilanziert.

Basierend auf der Diskretisierung der eindimensionalen Advektions-Diffusionsgleichung (0.1) ergibt sich die Konzentration in einem Element wie folgt:

$$C_{i}^{n+1} = C_{i}^{n} - \frac{\Delta t}{\Delta x_{i}A_{i}} (\Phi_{a,i+1/2} - \Phi_{a,i-1/2} - \Phi_{d,i+1/2} + \Phi_{d,i-1/2})$$
(0.3)

Dabei ist Δt der Berechnungszeitschritt und die Flüsse Φ sind die Stoffmengen die während einem Zeitschritt über die Kanten links und rechts des Elements transportiert werden. Dabei erfolgt der Transport einerseits durch Advektion (Index a) und andererseits durch physikalische Diffusion (Index d). Der Diffusionsfluss wird proportional zum Gefälle der Konzentration links und rechts der Kante angenommen und entsprechend bestimmt. Der advektive Fluss ist gegeben durch die Multiplikation des Abflusses mit der Konzentration auf der Kante; d.h. an der Stelle i + 1/2 berechnet sich der Fluss zu:

$$\Phi_{a,i+1/2} = Q_{i+1/2}C_{i+1/2}$$
(0.4)

Der Abfluss über die Kante ist aus der Lösung der hydraulischen Gleichungen bekannt. Unbekannt ist hingegen die Konzentration auf der Kante. Die verschiedenen numerischen Lösungsverfahren unterscheiden sich in der Art und Weise wie diese ermittelt wird.

3.2 Herkömmliche Diskretisierungsverfahren

Zentrales und Upwind Schema

Eine naheliegende Idee ist es, die Konzentration auf einer Kante durch Mittelung der Konzentrationen in den links und rechts angrenzenden Elementen zu bestimmen. Diese Vorgehensweise wird als zentrales Schema bezeichnet. Ein Nachteil dieses Verfahrens ist jedoch, dass es nicht stabil ist. Das zentrale Schema berücksichtigt auch in keiner Weise, dass sich das Sediment in Fliessrichtung bewegt und daher der Sedimentfluss über die Kante stärker von der Konzentration oberstrom beeinflusst wird als von derjenigen unterstrom. Diese Tatsache lässt sich durch gleichsetzen der Konzentration auf der Kante mit derjenigen im Element oberstrom berücksichtigen. Dies wird als einfaches Upwind-Verfahren bezeichnet. Jedoch führt diese Methode zu starker künstlicher Diffusion.

Künstliche Diffusion ist ein Grundproblem der Numerik das durch die Raumdiskretisierung entsteht und vor allem bei zeitabhängigen Modellen auftritt. Ersichtlich wird diese durch die Verschmierung von starken Gradienten im Verlaufe einer Simulation ohne physikalische Diffusion ($\Gamma = 0$). Ursache dafür kann einerseits die Mittelung der Werte sein, anderseits der Verlust von Information, insbesondere von Extremwerten, zwischen den Diskretisierungpunkten.

Da diese einfachen Ansätze aufgrund von künstlicher Diffusion und numerischer Instabilität nicht zu befriedigenden Resultaten führen, wurden im Laufe der Zeit etliche komplexere numerische Verfahren zur Lösung dieses Problems entwickelt. Einige davon wurden im 1-D-Modul von BASEMENT implementiert und werden im Folgenden vorgestellt.

QUICK

Das sogenannte QUICK–Schema [03] benutzt für die Bestimmung der Konzentration auf der Kante i + 1/2 eine distanzgewichtete quadratische Interpolation. Dabei werden Konzentrationen aus einem Element unterstrom (C_{i+1}) und aus 2 Elementen oberstrom (C_{i-1} und C_i) einbezogen. Dieses Verfahren kann zu starker künstlicher Diffusion führen und ist, insbesondere bei schwacher physikalischer Diffusion, nicht zwingend stabil [04].

QUICKEST

Eine Weiterentwicklung des QUICK-Verfahrens ist das QUICKEST-Schema [04]. Um die Lösung zu stabilisieren werden die Resultate des QUICK-Verfahrens durch weitere Terme modifiziert. Die zusätzlichen Terme basieren auf der CFL-Zahl und berücksichtigen daher das Verhältnis zwischen Fliessgeschwindigkeit, Elementlänge und Rechenzeitschritt. Diese Methode ist numerisch stabil, weist aber ebenfalls eine beachtliche künstliche Diffusion auf.

Holly-Preissmann

Das Holly-Preissmann-Verfahren [05] ist eigentlich ein finite-Differenzen- oder Charakteristiken -Schema und somit für die Implementierung im finite-Volumen basierten BASEMENT weniger geeignet. Um die Konzentration auf einer Kante zu bestimmen, werden nicht die Konzentrationen in den Elementen - wo sich beim finite-Volumen-Ansatz die Information befindet - sondern die Werte auf den Kanten zum aktuellen Zeitpunkt verwendet. Die berücksichtigten Werte liegen auf der Kante für welche die Konzentration bestimmt werden soll und auf derjenigen oberstrom. Als zusätzliche Information wird an denselben Stellen die Ableitung der Konzentration ermittelt. Dies führt zu Resultaten die deutlich weniger diffusiv sind als jene, die man mit dem QUICKEST-Verfahren erhält. Da jedoch die Konzentrationen in den Elementen nicht in die Berechnung mit einbezogen werden, erweist sich diese Methode in Kombination mit der finite-Volumen-Diskretisierung als ungeeignet, sobald die Konzentration in einem Element durch lokale Quellen verändert wird.

3.3 Testergebnisse und Vergleich

In Abbildung 2 sind die Resultate von zwei Simulationen mit dem QUICKEST-und dem Holly-Preissmann-Schema dargestellt. Das Experiment basiert auf einem Rechteckkanal mit hydraulisch stationärem Abfluss. In beiden Beispielen wurde die natürliche Diffusion ausgeschlossen ($\Gamma = 0$), damit die künstliche Diffusion klarer sichtbar wird.

Im ersten Fall a) wurde als Anfangsbedingung am oberen Ende des Kanals eine Konzentrationsverteilung in Form einer Gausskurve angenommen. In Abwesenheit physikalischer Diffusion sollte diese nun, ohne ihre Form zu verändern, flussabwärts transportiert werden. Im zweiten Beispiel b) besteht eine scharfe Konzentrationsfront im oberen Bereich des Gebietes. Während der Simulation wird am oberen Rand eine konstante Stoffmenge zugegeben, so dass die Konzentration hinter der Front konstant bleibt. In beiden Fällen wurde die maximale Konzentration auf einen fiktiven Wert von 1 gesetzt. Die Diagramme zeigen den Konzentrationsverlauf nach zirka 9000 Sekunden.



Abb. 2 Konzentrationsverteilungen der Beispiele a) (links) und b) (rechts) nach einer Simulationszeit von ca. 9000 Sekunden.

Die Resultate für das QUICK-Verfahren können nicht dargestellt werden, da die Simulationen sehr schnell instabil werden und zu extremen Werten führen. Die Resultate des Holly-Preissmann-Verfahrens sind deutlich besser als jene von QUICKEST. Die Diffusion ist kleiner und die Form sowie das Maximum der anfänglichen Verteilung bleiben annähernd erhalten.

Neben der künstlichen Diffusion ist in beiden Beispielen ein weiteres Problem dieser numerischen Verfahren gut sichtbar: In der Nähe starker Gradienten kommt es häufig zu einem sogenannten Überschwingen der Lösung. Dies führt dazu, dass physikalisch unmögliche, negative Konzentrationen entstehen. Werden diese zur Korrektur vernachlässigt, wird die Konservativität der Berechnung beeinträchtigt: Die globale Summe des im Berechnungsgebiet vorhandenen Materials stimmt nicht mehr.

Die oben beschriebenen Probleme der künstlichen Diffusion, der bedingten Konservativität und der beschränkten Eignung des Holly-Preissmann-Verfahrens in Verbindung mit finite-Volumen-Methoden in Kombination mit Quellen, konnten dank dem moderneren MDPM-Verfahren weitgehend überwunden werden.

4 Neue erweiterte Verfahren

4.1 Eindimensionales Schema

Die von Bradot-Nico et al. [06] vorgestellte *Modified Discontinuous Profile Method* basiert im Prinzip auf dem Holly-Preissmann-Schema, wurde jedoch speziell zur Kombination mit einem finite-Volumen-Verfahren entwickelt und ist daher für BASEMENT besser geeignet.

Das Schema hat zudem den Vorteil, dass es nicht auf Werte in den Nachbarelementen zurückgreift, wodurch künstliche Diffusion vermieden werden kann. Hingegen benötigt das Verfahren zusäztliche Information in Form von Konzentrationen auf den Kanten. In Abbildung 3 ist die Methode schematisch dargestellt:



Abb. 3 Fortschritt der Konzentrationsfront während eines Zeitschritts in einem Element.

Am Anfang eines Zeitschrittes sind die durchschnittlichen Konzentration im Element $\rm C_i$ und die Konzentrationen auf den Kanten $\rm C_{i-1/2}\,$ und $\rm C_{i+1/2}\,$ bekannt. Nicht bekannt ist der tatsächliche Verlauf der Konzentration zwischen den beiden Kanten. Dieser wird aus den vorhandenen Informationen so konstruiert, dass die Massenerhaltung garantiert ist. Dazu wird die Position der Front zwischen den beiden Konzentrationen $\rm C_{i-1/2}\,$ und $\rm C_{i+1/2}\,$ definiert. Die Distanz von der linken Kante wird durch den Faktor α bestimmt.

$$\alpha = \frac{C_{i}^{n} - C_{i+1/2}^{n}}{C_{i-1/2}^{n} - C_{i+1/2}^{n}}$$
(0.5)

Die Front bewegt sich nun während des Zeitschrittes mit der Fliessgeschwindikeit. Das heisst, so lange die Front die rechte Kante nicht erreicht, fliesst dort das Wasser mit der Konzentration $C_{i+1/2}$ aus dem Element. Ab dem Moment in dem die Front die rechte Kante erreicht wechselt die Konzentration zu $C_{i-1/2}$. Der advektive Fluss über die Kante $i+1 \ / \ 2$ ist dann:

$$\Phi_{a,i+1/2} = Q_{i+1/2} (C_{i+1/2} \Delta t_1 + C_{i-1/2} \Delta t_2)$$
(0.6)

Entsprechend werden die neuen Konzentrationen auf den Kanten für den nächsten Zeitschritt gesetzt: Wenn die Endposition der Konzentrationsfront vor der Kante (wie in der linken Darstellung) ist, bleibt sie gleich wie am Anfang des Zeitschrittes, wandert die Front jedoch über die Kante hinaus (rechte Darstellung) resultiert als neue Konzentration auf der Kante $C_{i-1/2}$.

4.2 Zweidimensionales Schema

Bradot–Nico et al. [06] wenden die MDPM-Methode auch für 2 und 3 Dimensionen an, allerdings auf einem strukturierten Gitter. Sie berechnen zuerst die Advektion in x-Richtung, wie für den 1D-Fall beschrieben. Danach werden die Konzentrationen in den Zellen bilanziert und folglich die neuen Konzentrationen auf den Kanten berechnet. Dann wiederholen sie das Vorgehen in y-Richtung. Im Unterschied hierzu basiert das 2D-Modul von BASEMENT auf Ansätzen für unstrukturierte Gitter. Ein solches ist in Abbildung 4 dargestellt.



Abb. 4 Kanten eines unstrukturierten 2D-Gitters mit dem Geschwindigkeitsvektor ${\rm u}$

Die Vorgehensweise analog zu der von Bradot-Nico et al. scheint bei unstrukturierten Gittern nicht sinnvoll. Daher wurde eine Anwendung des Verfahrens direkt in Fliessrichtung bevorzugt. Zudem werden keine Werte aus den Nachbarelementen benötigt, was bei unstrukturierten Gittern von Vorteil ist. Grundsätzlich ist der Sedimentfluss über eine Kante im 2D-Fall durch den spezifischen Abfluss multipliziert mit der Kantenlänge und der Konzentration auf der Kante gegeben.



Abb. 5 Aufteilung des Elements entsprechend der unterschiedlichen Konzentrationen auf den Kanten oberstrom (links), Fortschritt der Konzentrationsfront innerhalb eines Zeitschrittes (rechts).

Werden die Kanten eines Elements anhand der Fliessrichtung in ober- und unterstrom liegend eingeteilt, so wird ersichtlich, dass aufgrund der unterschiedlichen Konzentrationen auf den Kanten oberstrom das Element wie in Abbildung 5 links unterteilt wird. Auch die Kante unterstrom wird daher in k Abschnitte unterteilt, für welche die Flüsse Φ_k separat berechnet und anschliessend summiert werden. Abbildung 5 rechts zeigt ein solches Teilelement im Detail.

Jede Kannte hat eine Konzentration C_O die benutzt wird wenn die Kante oberstrom liegt und eine Kante C_U die benutzt wird wenn die Kante unterstom liegt. Bei der Betrachtung eines Elements mit Fliessrichtung von links nach rechts ist daher C_L gleich C_O und C_B gleich C_U .

Wenn die Kante unterstrom nicht senkrecht zur Fliessgeschwindigkeit liegt, verändert sich die Konzentration auf der Kante je nach Lage der Front kontinuierlich und nicht diskret wie dies im 1D-Modell der Fall war. Dies ist in Abbildung 5 rechts dargestellt: der Abschnitt ℓ_a der Kante unterstrom wird während des ganzen Zeitschrittes mit Konzentration C_L überströmt und der Abschnitt ℓ_c mit Konzentration C_R . Für den Abschnitt ℓ_b müssen die Anteile der Länge mit C_L und C_R über die Zeit integriert werden. Daraus ergibt sich:

$$\Phi_{\rm k} = \left(C_{\rm L} l_{\rm a} + C_{\rm R} l_{\rm c} + \left(0.5 C_{\rm L} + 0.5 C_{\rm R} \right) l_{\rm b} \right) q \tag{0.7}$$

Das Prinzip zur Berechnung der Position der Front ist analog zum eindimensionalen Fall (0.5), wobei C_{i-1} durch C_L ersetzt wird und C_{i+1} durch C_R ; α stellt nun aber nicht mehr den Anteil an der Elementlänge der sich hinter der Front befindet dar, sondern den Anteil an der Elementfläche. Die Fläche die sich zum Zeitpunkt n hinter der Front befindet ist daher: $A_L = \alpha_i A_i$, woraus die Position p_n der Front am Anfang des Zeitschrittes ermittelt werden kann. Durch Addition der zurückgelegten Strecke $u\Delta t$ resultiert die Position der Front am Ende des Zeitschrittes p_{n+1} . Die Konzentrationen auf der Kante unterstrom müssen nun als Vorbereitung für den neuen Zeitschrittes teilweise hinter der Front liegt. Der Wert C_U wird mit C_L ersetzt wenn die Kante am Ende des Zeitschrittes teilweise hinter der Front liegt. Der Wert C_U wird mit C_L

4.3 Austausch mit der Sohle

Die Berechnung des Austauschs mit der Sohle erfolgt für das 1D- und das 2D-Modell analog. Der Quellterm S für die Berücksichtigung des Sedimentaustausches zwischen der mobilen Sohle und dem Wasserkörper wird im Allgemeinen als Differenz zwischen dem durch Erosion generierten Sedimentfluss von der Sohle ins Wasser q_e und dem durch Ablagerung erhaltenen Sedimentfluss vom Wasserkörper zur Sohle q_d beschrieben.

 $S = q_e - q_d \qquad (0.8)$ Häufig verwendet wird die Formulierung $S = w \left(C_e - C_d \right)$ [07]. Hierbei müssen die Sinkgeschwindigkeit w, die Referenzkonzentration für den Strömungseintrag C_e und die Konzentration C_d in Sohlnähe bei der sich die Partikel absetzten durch empirische Ansätze bestimmt werden. Solche wurden zum Beispiel von Van Rijn [08], Lin [09], Wu und Wang [10] und Zyserman und Fredsøe [11] vorgeschlagen. Andere Autoren wie Xu [12] bevorzugen eine Formulierung unter Berücksichtigung kritischer Schubspannungen für Erosion und Ablagerung, die wiederum empirisch und unter Zuhilfenahme von Kalibrierungsparametern ermittelt werden müssen.

5 Anwendungsfälle

5.1 1D: Vergleich der Verfahren



Abb. 6 Vergleich der MDPM-Methode mit dem QUICKEST- und Holly-Preissmann-Schema.

In Abbildung 6 sind die in Punkt 3.3 beschriebenen 1D-Testfälle mit den Resultaten des MDPM-Verfahrens aufgezeichnet. Es ist praktisch keine künsliche Diffusion festzustellen. Im Fall der Gaussverteilung bestehen zwischen der analytischen Lösung und der Berechnung mit dem MPDM Schema zwar lokal kleine Abweichungen. Diese sind auf die Diskretisierung zurückzuführen und werden mit der Zeit nicht grösser. Die ursprüngliche maximale Konzentration bleibt erhalten. Zudem kommt es nicht zu einem Ueberschwingen der Lösung, wodurch negative Konzentrationen und solche die gösser sind als die anfängliche maximale Konzentration vermieden werden. Das Prinzip der Massenerhaltung der suspendierten Stoffe kann somit besser erfüllt werden.

5.2 2D-Verifikation

Die 2D-Testfälle sind ähnlich wie jene für 1D. Es wird von einem Rechteckkanal mit 1 km Länge, 10 m Breite mit einem Gefälle von 7 Promille ausgegangen. In Beispiel a) besteht am Anfang der Simulation eine Konzentrationsverteilung in Form einer Gausskurve, in Beispeil b) eine scharfe Konzentrationsfront im oberen Bereich des Kanals, wobei am oberen Rand

Sediment hinzugegeben wird um die Konzentration hinter der Front konstant zu halten. Das Wasser fliesst von links nach rechts. Zum in Abbildung 7 dargestellten Zeitpunkt haben die Front und die Gausskurve etwa 700 m zurückgelegt. Im oberen Teil der Grafik sind die Ausschnitte der jeweiligen Gitter mit der zweidimensionalen Konzentrationsverteilung dargestellt, im unteren Teil Längsschnitte entlang der Kanalachse.

Im oberen Bildteil ist gut ersichtlich, dass aufgrund der Diskretisierung die ursprünglich gleichmässige Verteilung nicht ganz erhalten werden kann. Die scharfe Front weist im Gegensatz zum eindimensionalen Fall eine etwas grössere Diffusion auf. Dennoch ist das Resultat sehr befriedigend. Das Beispiel der Gausskurve zeigt dass auch hier, trotz diskretisierungsbedingten Abweichungen, der Maximalwert erhalten werden kann.



Abb. 7 Konzentrationsverteilung und Längsschnitte der Konzentration der Testfälle a) (links) und b) (rechts).

6 Fazit

Die MDPM-Methode weist sehr positive Eigenschaften auf, wie etwa geringe künstliche Diffusion, Stabilität und gute Konservativität. Allerdings benötigt diese mehr Informationen als andere Verfahren und die Berechnungen sind im 2D-Fall sehr komplex, was zu einem beachtlichen Rechenaufwand führt. Das Verfahren ist darum vor allem dann geeignet, wenn der genaue Verlauf der Konzentrationen wichtig ist, wie dies etwa bei Schadstofftransport der Fall sein kann. Bei Berechnungen von Suspensionstransport mit Ablagerung und Erosion werden die Resultate hingegen sehr stark durch die Berechnung des Quellterms S beeinflusst. In diesem Fall bietet sich der Einsatz dieses präzisen Ansatzes weniger an, zumal bei bettbildenden Prozessen häufig über einen sehr langen Zeitraum gerechnet werden muss.

Anmerkung: Die Software BASEMENT wurde mit finanzieller Unterstützung des schweizerischen Bundesamts für Umwelt (BAFU) entwickelt und ist frei erhältlich unter www.basement.ethz.ch.

Literatur

- [01] BASEMENT Basic Simulation Environment for Computation of Environmental Flow and Natural Hazard Simulation. © VAW, ETH Zurich, Faeh R, Mueller R, Rousselot P, Veprek R, Vetsch D, Volz C, Farshi D, 2006-2010. (www.basement.ethz.ch)
- [02] Rousselot P, Volz C, Vetsch D, Müller R und Fäh R: "Multi-Domain-Modell zur effizienten Simulation von Fliesssystemen", Tagungsband "Wasserbau in Bewegung ... von der Statik zur Dynamik", Wallgau, 2010
- [03] Chen Y and Falconer R A: "Advection-diffusion modeling using the modified QUICK scheme". International Journal for Numerical Methods in Fluids, Heft 15(10), S. 1171 -1196, 1992
- [04] Leonard B P: "Stable and Accurate Convective Modeling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation". Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Heft 19(1), S.59 – 98, 1979
- [05] Holly F and Preissmann A: "Accurate Calculation of Transport in 2 Dimensions". Journal of the Hydraulics Division-ASCE, Heft 103(11), S.795 – 802, 1977
- [06] Bradot-Nico F, Brissaud F and Guinot V: "A finite volume upwind scheme for the solution of the linear advection-diffusion equation with sharp gradients in multiple dimensions". Advances in water Resources, Heft 30, S. 2002 - 2025, 2007
- [07] Bennett J P and Nordin C F: "Simulation of Sediment Transport and Armoring ".Hydrological Sciences Bulletin, XXII, Vol. 4; No 12, S. 555 - 569, 1977
- [08] Van Rijn L C: "Sediment Transport, Part II: Suspended Load Transport". Journal of Hydraulic Engineering, ASCE 110(11), S. 1613-1641, 1984
- [09] Lin B: "Current Study of Unsteady Transport of Sediment in China". Proceedings of Japan-China Bilateral Seminar on River Hydraulics and Engineering Experiences Tokyo-Kyoto –Sapporo, S. 337-342, 1984
- [10] Wu W and Wang S S Y: "Formulas for sediment porosity and settling velocity". Journal of Hydraulic Engineering, ASCE 132(8), S. 858-862, 2006
- [11] Zyserman J A und Fredsøe J: "Data analysis of bed concentration of suspended sediment". Journal of Hydraulic Engineering, ASCE 120(9), S. 1021-1042, 1994
- [12] Xu Y: "Numerical Modeling of Suspended Sediment Transport in Rivers". Mitteilungen, Institut für Wasserbau, Universität Stuttgart, Heft 98, 1998

Anschrift der Verfasser

Renata Müller, Patric Rousselot, David Vetsch, Christian Volz und Roland Fäh Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie (VAW) ETH Zürich CH-8092 Zürich, Schweiz muellerr@vaw.baug.ethz particr@vaw.baug.ethz.ch vetsch@vaw.baug.ethz.ch volz@vaw.baug.ethz.ch